ОСНОВНЫЕ ИТОГИ РАБОТЫ СЕМИНАРА «O&ML» В ВЕСЕННЕМ СЕМЕСТРЕ 2022 г.*

В. Н. Малозёмов

v.malozemov@spbu.ru

15 июня 2022 г.

1°. Разработаны математические основы нового раздела в области машинного обучения, который, следуя В. Ф. Демьянову, мы называем математической диагностикой. Предложена следующая классификация задач математической диагностики.

Простейшая задача математической диагностики. Сводится к выяснению того, принадлежит ли произвольная точка выпуклой оболочке конечного числа заданных точек. Записывается в виде специальной задачи линейного программирования, для решения которой рекомендуется использовать модифицированный симплекс-метод (*В. Н. Малозёмов, Е. К. Чернэуцану*).

Общая линейная задача математической диагностики. Сводится к линейному отделению двух выпуклых оболочек. Предлагаются три варианта задачи линейного программирования, имеющие разные целевые функции, с помощью которых можно получить линейное отделение. Первый вариант основан на минимизации суммы невязок (он дает приближенное отделение и в случае пересекающихся оболочек). Во втором варианте используется минимизация максимальной невязки (в этом случае справедлива «$0-1$»-теорема, согласно которой минимальное значение целевой функции может принимать только два значения — ноль или единицу). И третий вариант, с помощью которого находится отделение выпуклых оболочек с наибольшей ℓ_1-шириной разделяющей полосы (*В. Н. Малозёмов, А. В. Плоткин*).

Простейшая квадратичная задача математической диагностики. Сводится к нахождению ортогональной проекции произвольной точки на выпуклую оболочку конечного числа заданных точек (*Н. О. Котелина, А. Б. Певный*).

*Семинар по оптимизации, машинному обучению и искусственному интеллекту «O&ML» `http://oml.cmlaboratory.com/`

Общая квадратичная задача математической диагностики. Сводится к вычислению евклидова расстояния между двумя выпуклыми оболочками и нахождению пары точек, реализующей это расстояние (*В. Н. Малозёмов, Н. А. Соловьёва*). Для решения двух последних задач, являющихся задачами квадратичного программирования, рекомендуется использовать метод Данцига, наиболее полно учитывающий их специфику.

2°. Показано, как по решению общей квадратичной задачи математической диагностики находить параметры строгого линейного отделения двух выпуклых оболочек с наибольшей евклидовой шириной разделяющей полосы (*В. Н. Малозёмов, Н. А. Соловьёва*).

3°. Для приближенного решения простейшей квадратичной задачи математической диагностики можно использовать популярный МДМ-метод («МДМ» — сокращение от «Митчелл–Демьянов–Малозёмов»). На семинаре рассматривался обобщенный вариант МДМ-метода для решения общей квадратичной задачи математической диагностики (*В. Н. Малозёмов, Н. А. Соловьёва*).

4°. Анализировалось применение конечно-сходящегося алгоритма ЯВА для строгого линейного отделения двух выпуклых оболочек («ЯВА» — сокращение от «Якубович Владимир Андреевич»). В таком подходе отсутствуют требования оптимальности. Основным действием в алгоритме ЯВА является ортогональное проектирование точки на гиперплоскость. Отмечалось, как приспособить алгоритм ЯВА для получения строгого полиномиального отделения двух выпуклых оболочек (*В. А. Бондарко*).

5°. В SVM-методе приближенного отделения двух пересекающихся выпуклых оболочек при определении константы, входящей в уравнение разделяющей гиперплоскости, иногда возникает неопределенность («SVM» — сокращение от «Support Vector Machines»). Предложен универсальный прием нахождения этой константы, который сводится к минимизации выпуклой ломаной (*В. Н. Малозёмов, А. В. Плоткин*).

6°. Отмечено, что в общем случае при решении задачи линейного отделения двух конечных множеств достаточно найти нормаль w разделяющей гиперплоскости. Значение наилучшей константы в уравнении разделяющей гиперплоскости можно получить, вычисляя скалярные произведения всех точек из обоих множеств на нормаль w (*В. И. Ерохин*).

7°. Предложен метод линейного отделения двух конечных множеств при интервальной неопределенности данных, основанный на интервальном анализе (*В. И. Ерохин*).

8°. Идентифицировать точку d, принадлежащую одному из двух конечных множеств A или B, можно с помощью произвольной функции f. Её называют классификатором. Идентификация считается правильной, если $f(d) > 0$, когда d принадлежит множеству A, или если $f(d) < 0$, когда d принадлежит множеству B. В остальных случаях идентификация считается ошибочной. Ставится задача: выбрать функцию f из некоторого семейства классификаторов так, чтобы при просмотре всех точек из множеств A и B количество ошибочно идентифицированных точек было минимальным. Для решения этой задачи В. Ф. Демьянов ввел специальные негладкие целевые функции и свел задачу идентификации к задаче негладкой оптимизации. На семинаре был сделан предварительный анализ результатов В. Ф. Демьянова (*Г. Ш. Тамасян*).

9°. Дан обзор метода Брэгмана получения нетривиального решения недоопределенной системы линейных уравнений. Метод основан на последовательном энтропийном проектировании начальной точки (*Н. И. Наумова*).

10°. Предложен общий подход к ускорению сходимости методов математической диагностики (*М. В. Долгополик*).