

Алгоритмы управления мобильными роботами в задачах отслеживания изолиний естественных полей

Анна Семакова

к.ф.-м.н., доцент университета «Сириус»
a.semakova@gmail.com

Мобильная робототехника

Автономная
навигация

Управляемое
движение

Эффективная
локомоция

- промышленность
- военное дело и космонавтика
- системы охраны и наблюдения
- ликвидация техногенных и природных ч/с
- геологоразведка и сельское хозяйство
- коммунальное хозяйство
- медицина и сервис

Отслеживание изолиний естественных полей

- Обнаружение и мониторинг загрязняющих облаков
- Отслеживание разливов нефти и химикатов
- Наблюдение за распространением ядовитых газов или радиоактивности
- Исследование температуры и солености моря
- Обнаружение и сопровождение цели



Существующие подходы: методы на основе градиента

- **Алгоритмы сегментации изображений**

D. Marthaler and A.L. Bertozzi

“Tracking environmental level sets with autonomous vehicles”

in *Recent Developments in Cooperative Control and Optimization*, 2003

- **Оценка контура**

S. Srinivasan, K. Ramamritham, and P. Kulkarni

“ACE in the hole: Adaptive contour estimation using collaborating mobile sensors”

in *Proc. of the Int. Conference on Information Processing in Sensor Networks*, 2008

- **Методы искусственных потенциалов**

M.H.S. Loizou and V. Kumar

“Stabilization of multiple robots on stable orbits via local sensing”

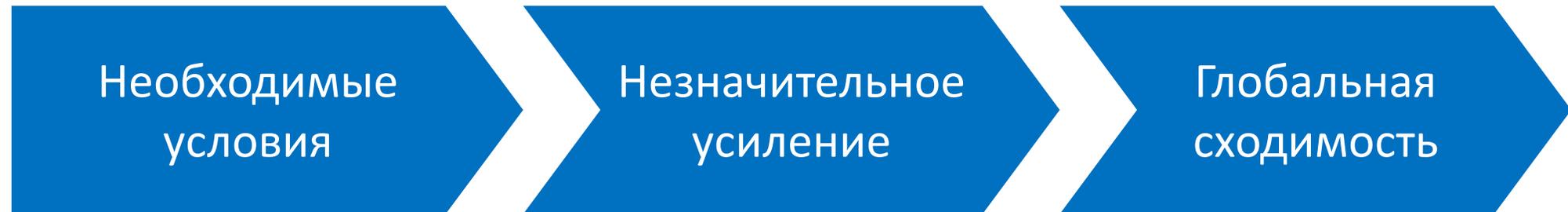
in *Proc. of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, 2007

Существующие подходы: безградиентные методы

- **Основаны на эвристиках (не подкреплены строгим обоснованием)**
C. Barat and M. Rendas
“Benthic boundary tracking using a profiler sonar”
in *Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2003
- **Только локальная сходимость**
D. Baronov and J. Baillieul
“Reactive exploration through following isolines in a potential field”
in *Proceedings of the American Control Conference*, 2007
- **Глобальная сходимость для простых случаев**
A. Matveev, H. Teimoori, and A. Savkin
“Method for tracking of environmental level sets by a unicycle-like vehicle”
Automatica, vol. 48, 2012

Ключевые особенности полученных результатов

- Неголономный робот с ограниченным диапазоном управления
- Динамические скалярные поля
- Робот измеряет только значение поля и имеет доступ к относительному положению объектов в пределах зоны видимости
- Закон управления не использует оценку градиента
- Отсутствие между роботами каналов связи и иерархии



Решаемые задачи

1. Локализация и отслеживание изолинии неизвестного скалярного поля
2. Локализация и «плотное» окружение группы движущихся целей с их последующим сопровождением
3. Локализация и отслеживание изолинии динамического скалярного поля в трехмерном пространстве

Решаемые задачи

1. Локализация и отслеживание изолинии неизвестного скалярного поля
2. Локализация и «плотное» окружение группы движущихся целей с их последующим сопровождением
3. Локализация и отслеживание изолинии динамического скалярного поля в трехмерном пространстве

Ovchinnikov K., Semakova A., Matveev A.

Decentralized Multi-Agent Tracking of Unknown Environmental Level Sets by a Team of Nonholonomic Robots // 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). — 2015. pp. 352–359.

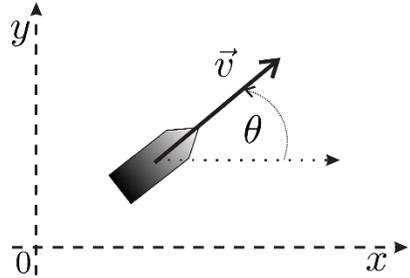
Available on <http://dx.doi.org/10.1109/ICUMT.2014.7002127>

Ovchinnikov K., Semakova A., Matveev A.

Cooperative surveillance of unknown environmental boundaries by multiple non-holonomic robots // Robotics and Autonomous Systems. — 2015. — vol. 72. — pp. 164–180.

Available on <http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2015.05.008>

Постановка задачи



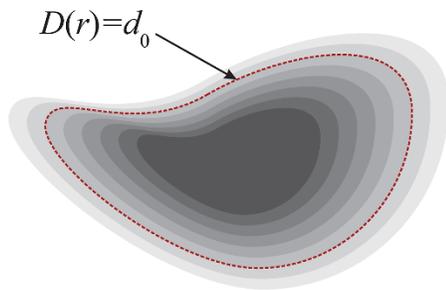
N мобильных роботов на плоскости:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \cos \theta_i & \dot{\theta}_i &= u_i(t) \in [-\bar{u}, \bar{u}] & v_i &= v_i(t) \in [\underline{v}, \bar{v}] \\ \dot{y}_i &= v_i \sin \theta_i \end{aligned}$$

каждый управляется линейной v_i и угловой u_i скоростью

На плоскости задано неизвестное скалярное поле

$$D(\mathbf{r}) \in \mathbb{R}^2, \quad \mathbf{r} = (x, y)^T$$

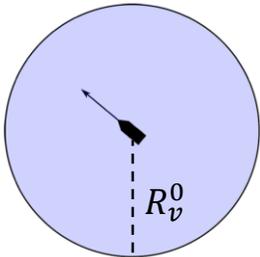


Требуется вывести всех роботов из удаленных локаций на d_0 -изолинию поля и обеспечить их последующее движение и эффективное самораспределение вдоль нее

Постановка задачи

- Каждый робот – измеряет текущее значение поля $d_i(t) := D[\mathbf{r}_i(t)]$ в точке своего положения $\mathbf{r}_i(t)$
- имеет доступ к производной этого измерения по времени $\dot{d}_i(t)$

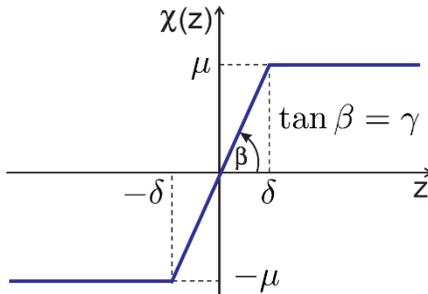
например, используя численное дифференцирование показаний датчика значения поля



- определяет относительные координаты и ориентацию роботов-компаньонов в пределах области видимости радиусом R_{vr}^0

Управление угловой скоростью

$$u_i(t) = \operatorname{sgn} \{ \dot{d}_i(t) + v_i(t) \chi[d_i(t) - d_0] \} \bar{u}$$



$$\chi(z) := \begin{cases} \gamma z, & |z| \leq \delta, \\ \operatorname{sgn}(z)\mu, & |z| > \delta, \end{cases} \quad \mu := \gamma\delta$$

– линейная функция с насыщением

*Коэффициент усиления $\gamma > 0$ и порог насыщения $\delta > 0$
– общие для всех роботов параметры регулятора*

Основные конструкции

Основная \mathfrak{S}_i зона учета

$$R_v \in (0, R_v^0] \quad 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

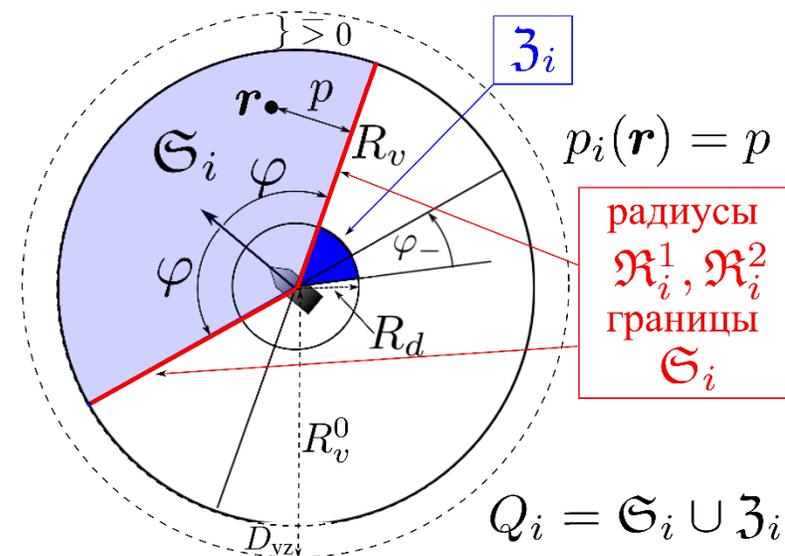
Вспомогательная \mathfrak{Z}_i зона учета

$$R_d \in (0, N^{-1}R_v] \quad 0 < \varphi_- < \frac{\varphi}{2N}$$

Объекты из \mathfrak{Z}_i – «помеха справа»

Их объединение Q_i – зона учета

Объекты из Q_i – «соседи робота i »



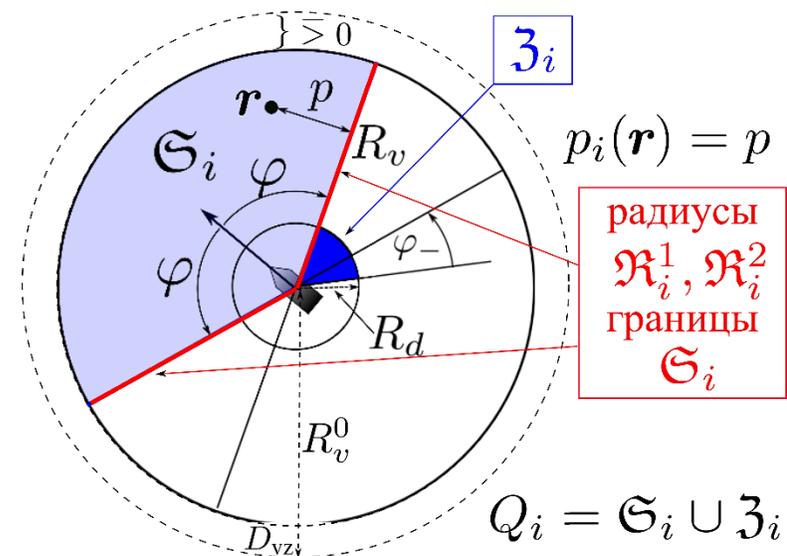
Основные конструкции

$p_i(\mathbf{r})$ – расстояние от точки $\mathbf{r} \in Q_i$ до объединения z_i с радиусами \mathfrak{S}_i

$p_i(\mathbf{r}) = 0$, если точка \mathbf{r} лежит в z_i или на одном из радиусов

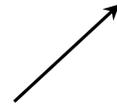
p_i^* – наименьшее значение $p_i(\mathbf{r}_n)$ среди всех соседей \mathbf{r}_n

$p_i^* := R_v$, если соседи отсутствуют



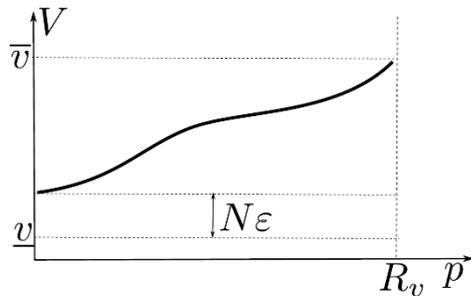
Управление линейной скоростью

$$v_i(t) = V[p_i^*] - b_i(t)$$



основная компонента

тормозящая компонента

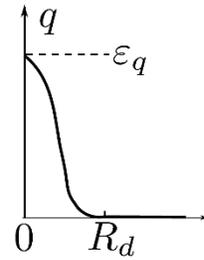
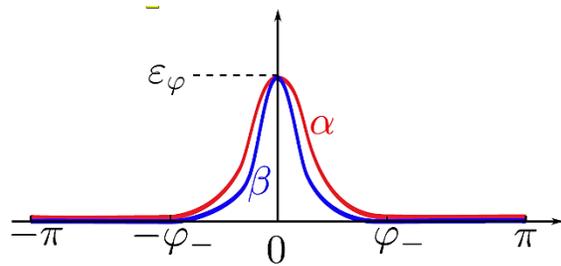


Гладкая и строго возрастающая функция

$$V : [0, R_v] \rightarrow (\underline{v}, \bar{v}]$$

– функциональный параметр регулятора

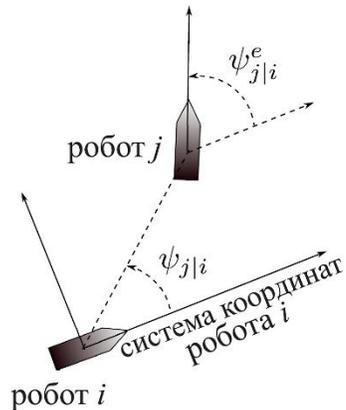
Формирование тормозящей компоненты



$$\alpha, \beta : [-\pi, \pi] \rightarrow [0, \varepsilon_\varphi]$$

$$q : [0, +\infty) \rightarrow [0, \varepsilon_q]$$

$$\max \{ \varepsilon_\varphi; \varepsilon_\varphi^2 \} \varepsilon_q < \frac{V(0) - \underline{v}}{N}$$



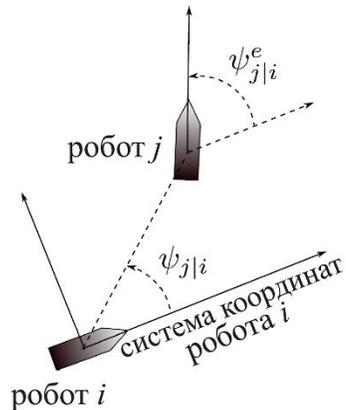
Вес соседа j относительно робота i

$$\omega_{j|i} := \alpha(\psi_{j|i}^e) \beta(\psi_{j|i}) q(\|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\|) \quad \text{если } j \in \mathfrak{S}_i$$

$$\omega_{j|i} := \alpha(\psi_{j|i}^e) q(\|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\|) \quad \text{если } j \in \mathfrak{Z}_i$$

Формирование тормозящей компоненты

- Если $\omega_{j|i} > 0$, то робот j – ближайший сосед
- Цепочка ближайших соседей (ЦБС) – последовательность, в которой за каждым роботом следует ближайший сосед
- Ранг робота – максимальная длина ЦБС



$b_i := 0$ – для роботов ранга 1 (если БС отсутствуют)

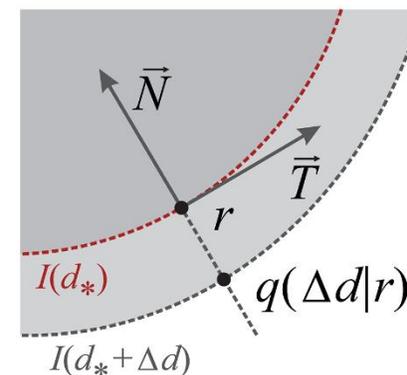
$$b_i := \max_j b_{i|j}$$

$$b_{i|j} := [1 + \varepsilon_\varphi^{-1} \varepsilon_q^{-1} b_j], \quad j \in \mathfrak{z}_i$$

$$b_{i|j} := [1 + \varepsilon_\varphi^{-2} \varepsilon_q^{-1} b_j], \quad j \in \mathfrak{S}_i$$

Физические характеристики поля

- $\kappa(\mathbf{r})$ – кривизна изолинии в точке \mathbf{r}
- $\rho(\mathbf{r}) := \lim_{\Delta d \rightarrow 0} \frac{\Delta d}{q(\Delta d|\mathbf{r})}$ – плотность изолиний
- $\tau_\rho(\mathbf{r}) := \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\ln \rho(\mathbf{r} + \vec{T}\Delta s) - \ln \rho(\mathbf{r})}{\Delta s}$
- $n_\rho(\mathbf{r}) := \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\ln \rho(\mathbf{r} + \vec{N}\Delta s) - \ln \rho(\mathbf{r})}{\Delta s}$



Предположения теоретического анализа

Рабочая зона характеризуется крайними значениями поля
 $\mathcal{M} = \{ \mathbf{r} : d_- < D(\mathbf{r}) < d_+ \}, \quad d_- < d_0 < d_+$

Предположение 1.1

Существуют константы $b_\rho > 0$, $b_\tau > 0$, $b_n > 0$ и $\Delta > 0$ такие, что $\rho = \|\nabla D\| \geq b_\rho^{-1}$, $|\tau_\rho| \leq b_\tau$, $|n_\rho| \leq b_n$ и $|\kappa| \bar{v} \leq \bar{u} - \Delta$ в рабочей зоне \mathcal{M}

Предположение 1.2

Диск \mathcal{D} радиусом $R_{\mathcal{D}} := (\bar{v} + \underline{v}) \bar{u}^{-1} + 3(\bar{v} - \underline{v}) \bar{u}^{-1}$ с центром в начальном положении робота лежит в рабочей зоне \mathcal{M}

Угол поворота градиента поля при перемещении в пределах \mathcal{D} меньше π

Основной результат

Теорема 1.1

Пусть выполнены предположения 1.1-1.2, и каждый робот управляется регулятором

$$u_i(t) = \operatorname{sgn} \{ \dot{d}_i(t) + v_i(t) \chi[d_i(t) - d_0] \} \bar{u},$$

параметры γ, μ которого удовлетворяют следующим условиям:

$$0 < \mu_* := b_\rho \mu < 1 \quad \bar{v} \left[b_n \frac{\mu_*^2}{\sqrt{1 - \mu_*^2}} + 2 \mu_* b_\tau + \gamma \frac{\mu_*}{\sqrt{1 - \mu_*^2}} \right] < \Delta.$$

Пусть начальное расстояние между любыми двумя роботами превышает $3\pi \bar{v} \bar{u}^{-1} R_D$

Тогда роботы выходят на d_0 -изолинию: $d_i(t) \rightarrow d_0$ при $t \rightarrow \infty \quad \forall i$

и столкновения между роботами исключены $r_i(t) \neq r_j(t), \quad \forall i \neq j, \quad t > 0.$

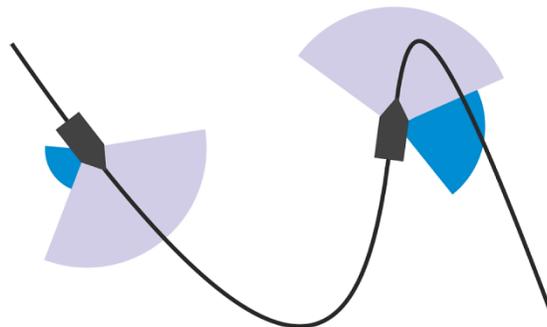
Компоненты связности $\gamma_1^0, \dots, \gamma_m^0$ изолинии – замкнутые компактные кривые
Группа роботов распадается на такие подгруппы $G_1 \cup \dots \cup G_m$, что роботы из одной группы G_ν сходятся к общей орбите γ_ν^0

Предположение 1.3

Всякий раз, когда робот находится на любой кривой γ_ν^0 и ориентирован по касательной к ней, справедливы следующие утверждения:

- вспомогательная зона учета имеет единственную общую с γ_ν^0 точку, которая является вершиной этого сектора
- радиусы, ограничивающие основную зону учета, пересекают γ_ν^0 только в вершине этого сектора

Корректная настройка



Некорректная настройка

Основной результат

Теорема 1.2

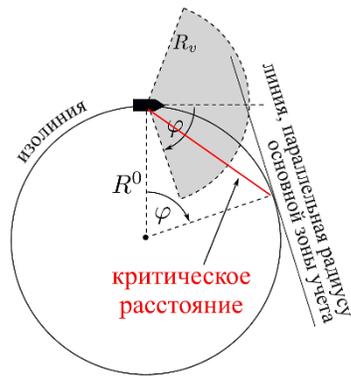
Пусть выполнены условия теоремы 1.1 и предположение 1.3, тогда существуют $\eta > 0$ и $T > 0$ такие, что для любой группы роботов G_ν при $t \geq T$:

- проекции роботов s_i , $i \in G_\nu$ на кривую γ_ν^0 попарно различны, более того, **расстояние между проекциями не опускается ниже положительного порогового значения** $|s_i(t) - s_j(t)| \geq \eta \quad \forall i \neq j \in G_\nu$
- порядок роботов на предельной орбите γ_ν^0 , т.е. порядок $s_i(t)$, с течением времени не меняется

Основной результат

Теорема 1.3

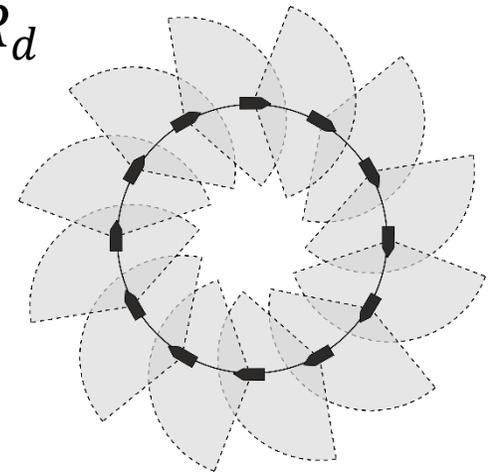
Пусть выполнены условия теоремы 1.2 и требуемая изолиния γ^0 – окружность



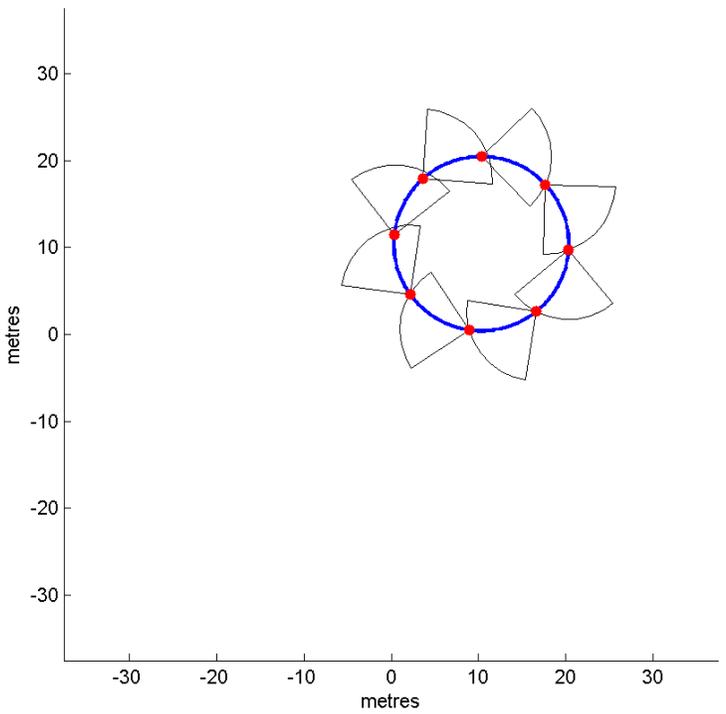
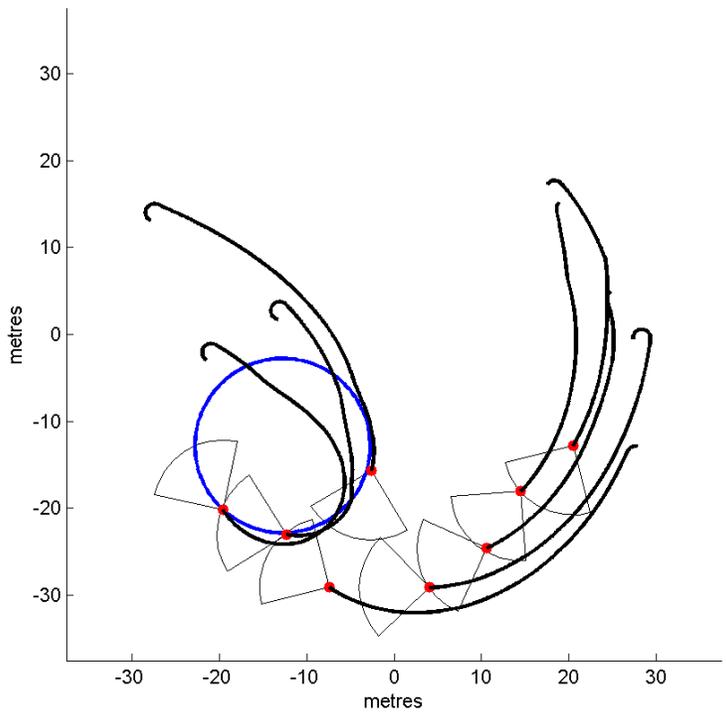
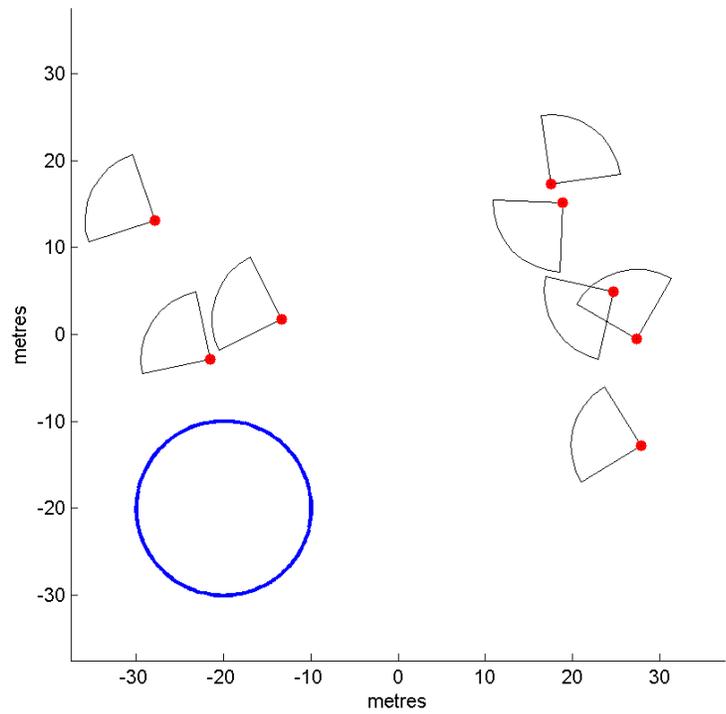
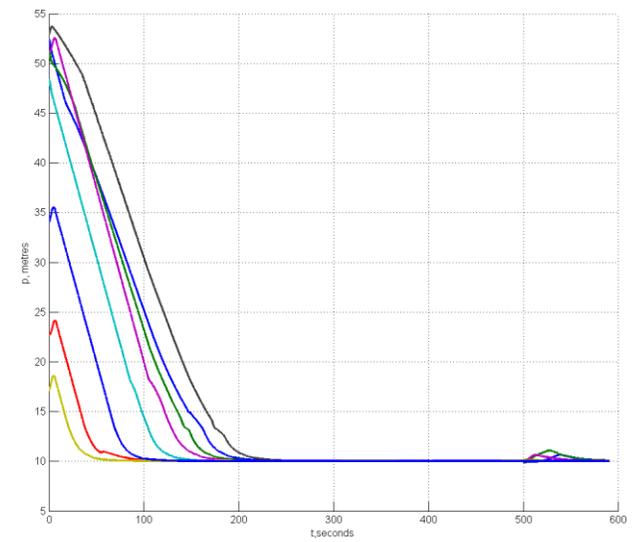
Пусть также верно $R_v < 2R^0 \sin \varphi/2$,
и при равномерном распределении роботов вдоль γ^0
основная зона учета каждого робота не пуста,
но при этом первый предшественник не является
ближайшим соседом $R_v > 2R^0 \sin \frac{\pi}{N} > R_d$

Тогда роботы асимптотически приходят к равномерному
распределению вдоль γ^0

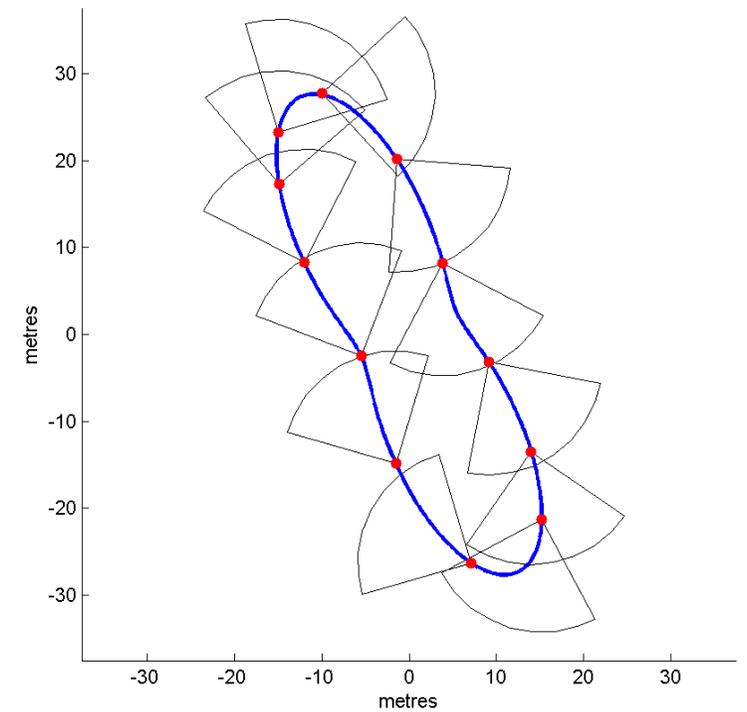
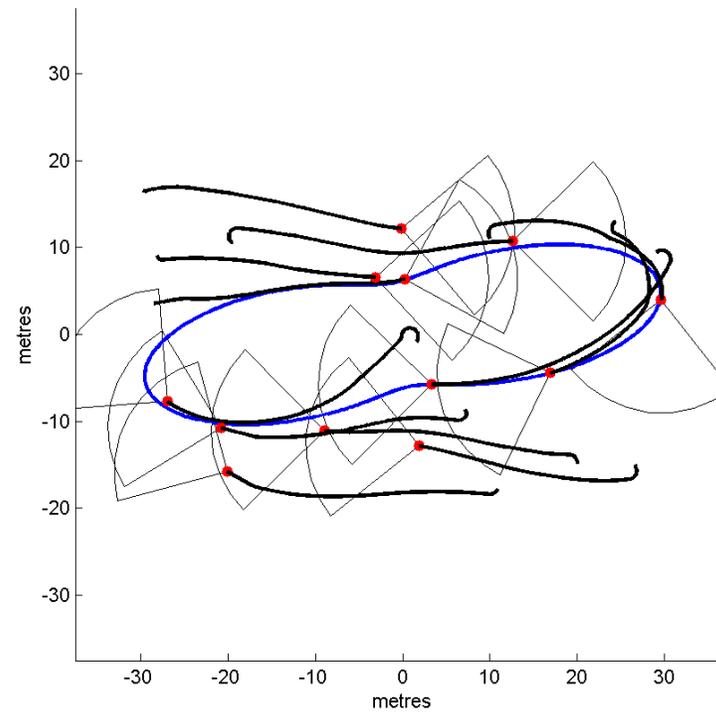
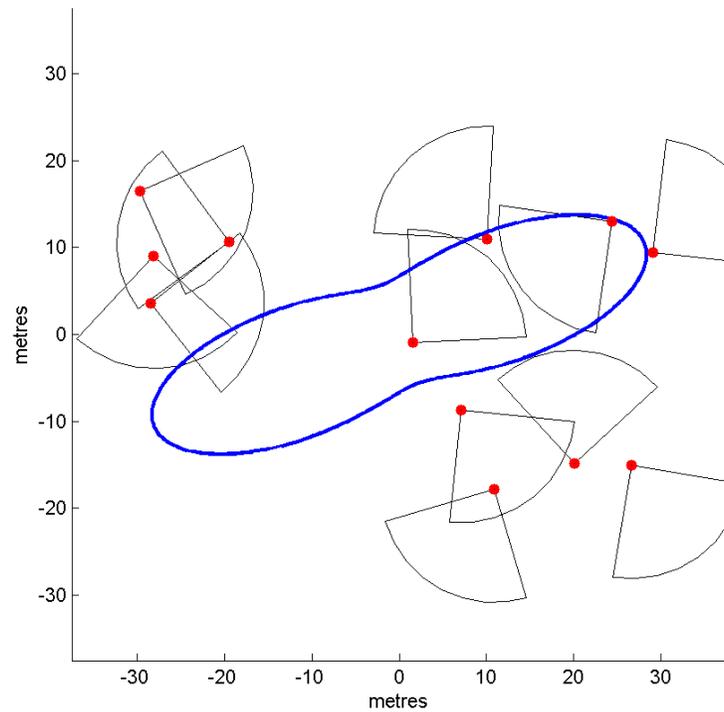
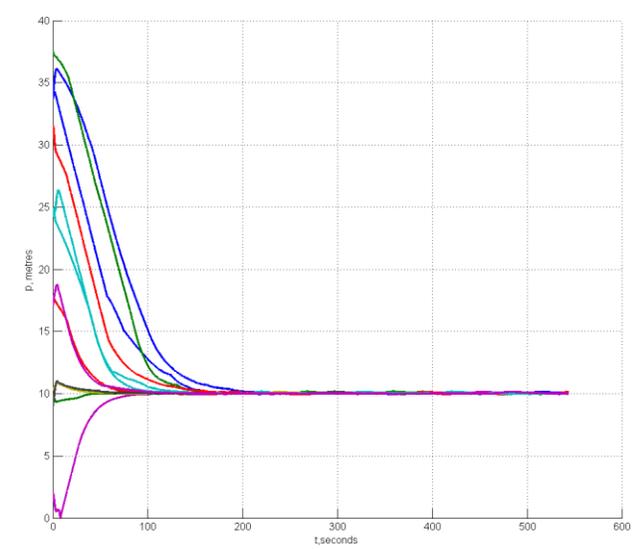
$$|s_{j \oplus 1}(t) - s_j(t)| \rightarrow \frac{2\pi}{N} R^0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty \quad \forall j$$



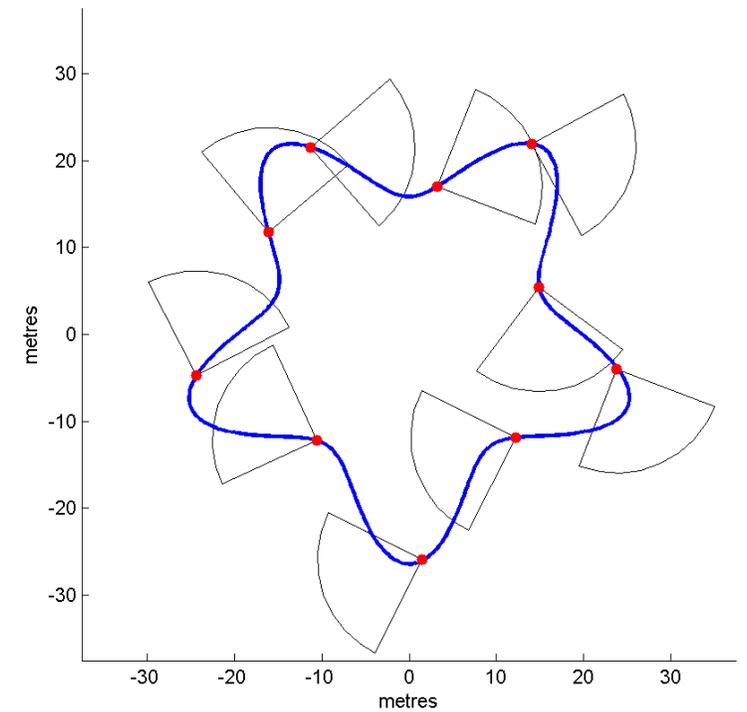
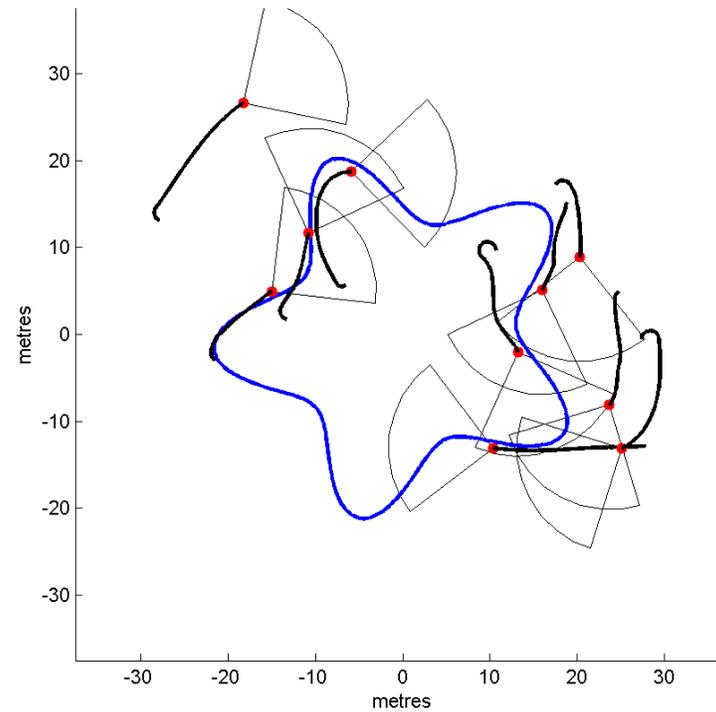
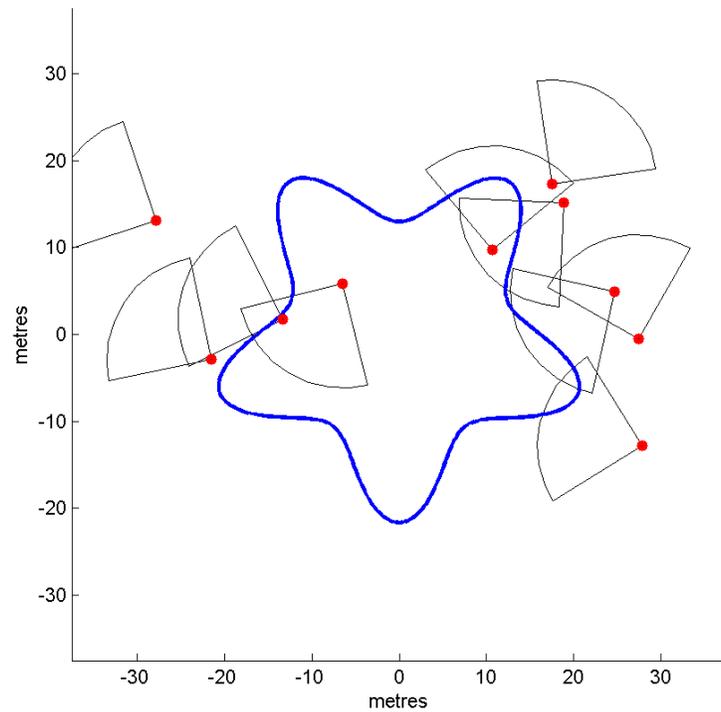
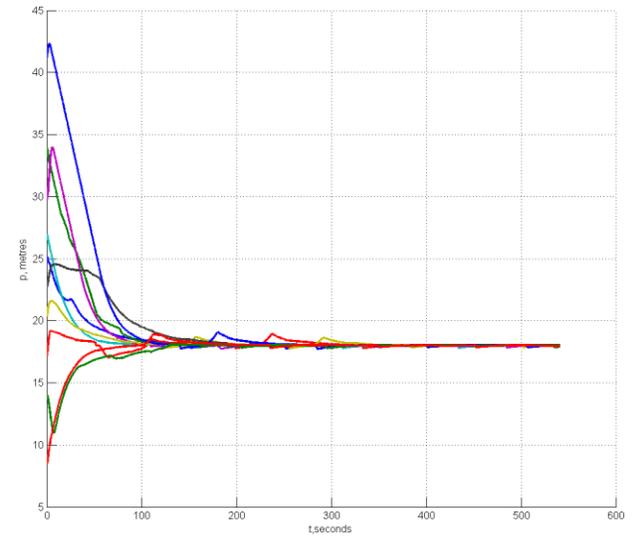
Результаты компьютерного моделирования



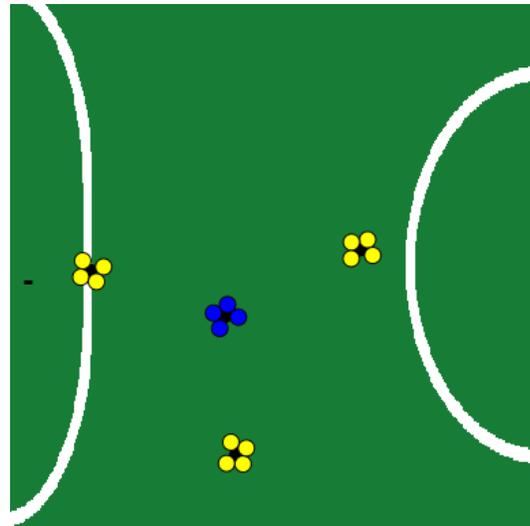
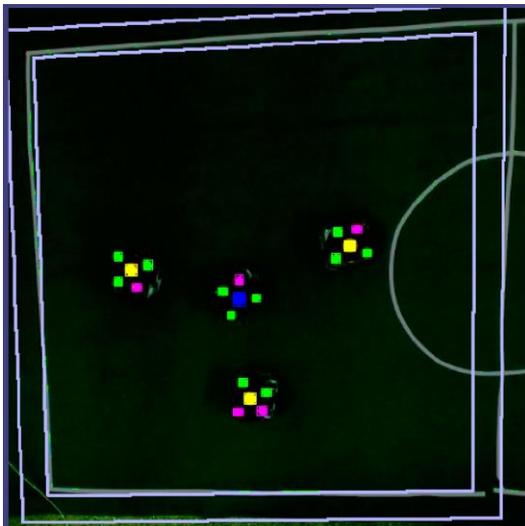
Результаты компьютерного моделирования



Результаты компьютерного моделирования



Результаты экспериментов с роботами Lego Mindstorms



Решаемые задачи

1. Локализация и отслеживание изолинии неизвестного скалярного поля
2. Локализация и «плотное» окружение группы движущихся целей с их последующим сопровождением
3. Локализация и отслеживание изолинии динамического скалярного поля в трехмерном пространстве

Matveev A. S., Semakova A.A., Savkin A.V.

Environmental boundary tracking approach to close circumnavigation of a group of unknown moving targets using range measurements // 35th Chinese Control Conference (CCC). — 2016. — pp. 5492–5497.

Available on <http://dx.doi.org/10.1109/ChiCC.2016.7554210>

Matveev A., Semakova A., Savkin A.

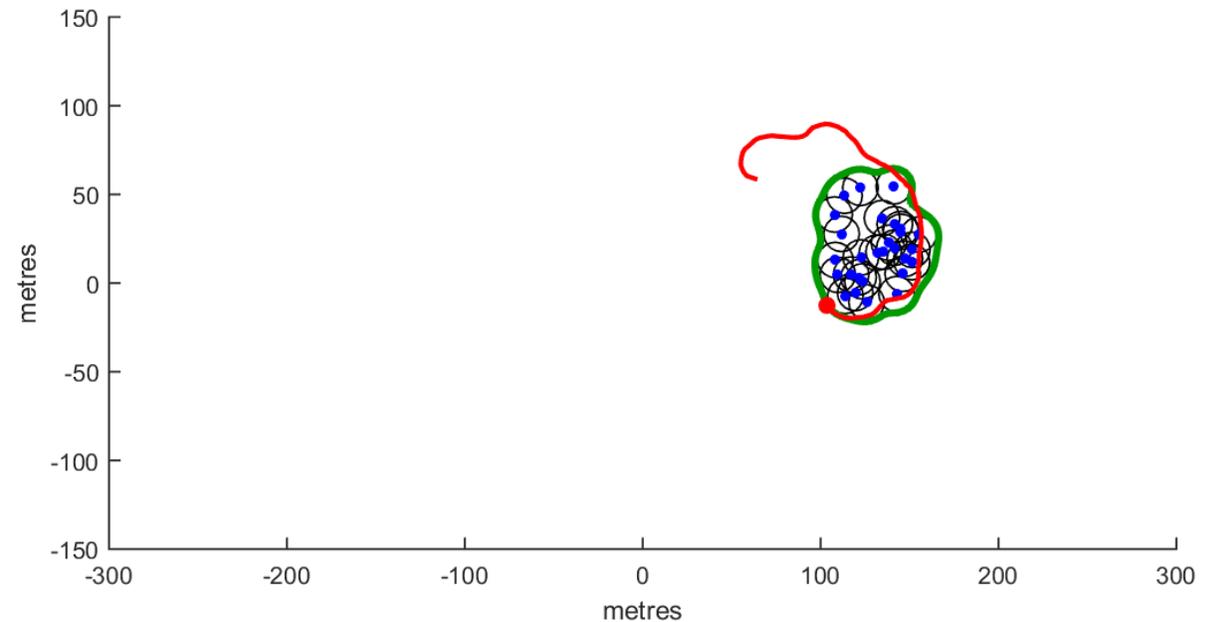
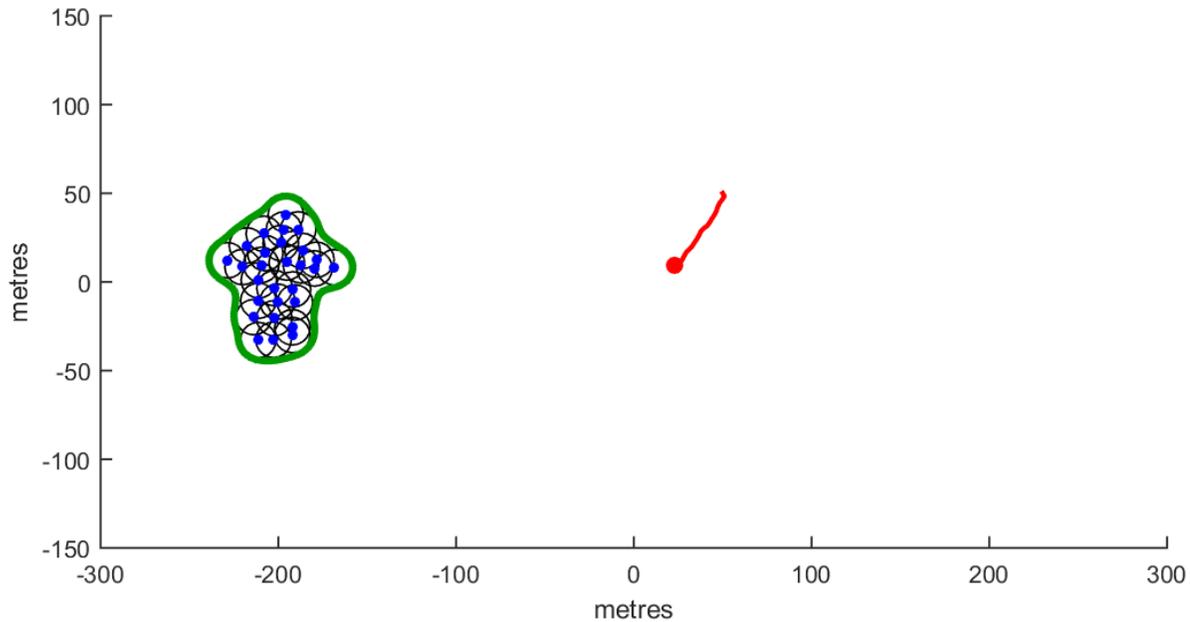
Range-only based circumnavigation of a group of moving targets by a non-holonomic mobile robot // Automatica. — 2017.

Available on <http://dx.doi.org/10.1016/j.automatica.2017.01.041>

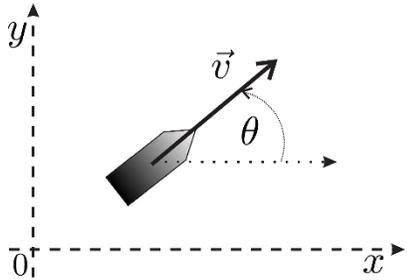
Окружение группы движущихся целей

Вывести робота на заданное расстояние до ближайшей цели

Осуществить сопровождение группы



Постановка задачи



Полноприводной мобильный робот на плоскости:

$$\dot{\mathbf{r}} = \vec{v} \in \mathbb{R}^2 \quad \|\vec{v}\| \leq \bar{v}$$

$$\mathbf{r} := (x, y)^\top \quad \vec{v} = v \vec{e}(\theta) \quad \vec{e}(\theta) := (\cos \theta, \sin \theta)^\top$$

На плоскости задано неизвестное скалярное **динамическое поле** $D(t, \mathbf{r}) \in \mathbb{R}^2$

- робот имеет доступ только к значению поля $d(t) := D(t, \mathbf{r}(t))$
- данные о частных производных поля D и о производной $\dot{d}(t)$ недоступны

Требуется вывести робота на **изолинию** поля $D(t, \mathbf{r}) = d_0$ и обеспечить последующее движение вдоль этой кривой

Закон управления: $\vec{v}(t) = \bar{v} \vec{e}(k [d(t) - d_*(t)]) \quad \dot{d}_* = \chi(d - d_0)$

Рабочая зона $Z_{op} = \{ (t, \mathbf{r}) : d_- < D(t, \mathbf{r}) < d_+ \}$, $d_- < d_+$

Предположение 2.1

- В рабочей зоне Z_{op} поле C^2 -гладкое, его первые и вторые производные ограничены, а пространственный градиент $\nabla D(t, \mathbf{r})$ не обращается в ноль, и более того, не приближается к нулю с течением времени или при уходе \mathbf{r} в бесконечно удаленную часть Z_{op} : $\|\nabla D(t, \mathbf{r})\| \geq b_{\nabla} > 0 \quad \forall (t, \mathbf{r}) \in Z_{op}$
- В рабочей зоне Z_{op} справедливы следующие неравенства:

$$d_- < D(0, \mathbf{r}_{in}) < d_+, \quad | -D'_t | \|\nabla D\|^{-1} \leq \bar{v} - \Delta_{\lambda}, \quad \text{где } \Delta_{\lambda} > 0$$

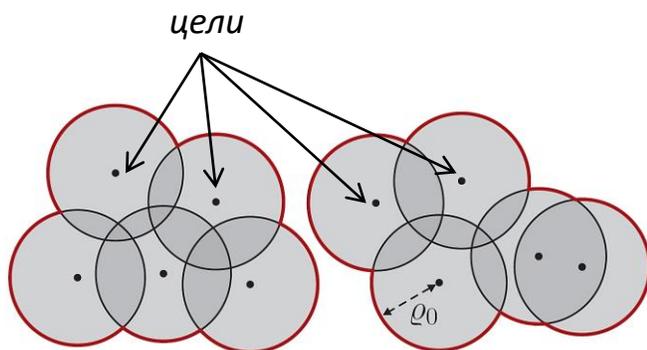
Теорема 2.1

Для любого $\varepsilon > 0$ существуют параметры регулятора $\vec{v}(t) = \bar{v} \vec{e}(k [d(t) - d_*(t)])$, $\dot{d}_* = \chi(d - d_0)$ такие, что под его действием **робот достигает целевой изолинии и отслеживает ее** с точностью ε : $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |d(t) - d_0| \leq \varepsilon$, в течение всего маневра робот движется с максимальной скоростью $v \equiv \bar{v}$ в Z_{op}

Постановка задачи близкого окружения

- По плоскости непредсказуемо перемещаются N точечных целей
- Робот измеряет только расстояния $\rho_i := \|r - r_i\|$ до целей и не может их различать (истинная нумерация ρ_1, \dots, ρ_N недоступна)
- Кинематика и динамика целей, геометрия их группы неизвестны

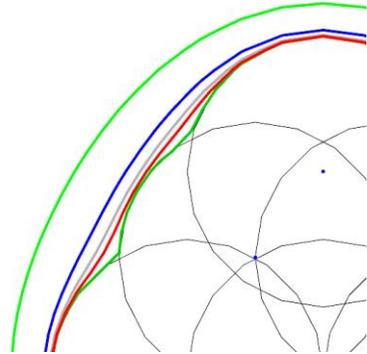
Требуется, чтобы робот приблизился к целям и многократно обошел затем всю группу, при этом расстояние ϱ до ближайшей цели $\varrho := \min_i \|r - r_i\|$ должно достичь заданной (малой) окрестности заданного значения ϱ_0 и затем оставаться в этой окрестности



Предположение 2.2

В любой момент времени объединение $\mathcal{D}_U^{\varrho_0}$ ϱ_0 -дисков с центрами на целях односвязно, даже если уменьшить ϱ_0 до некоторого меньшего значения $\varrho_- < \varrho_0$

Идея алгоритма управления



Аппроксимируем границу $\mathcal{D}_U^{\varrho_0}$ гладкой кривой

$$d := -\frac{1}{\alpha} \ln \left[\sum_{i=1}^N e^{-\alpha \|r - r_i\|} \right] = \varrho_0 \quad (\star)$$

$\alpha > 0$ – параметр аппроксимации, с ростом α изолинии приближаются к $\partial \mathcal{D}_U^{\varrho_0}$

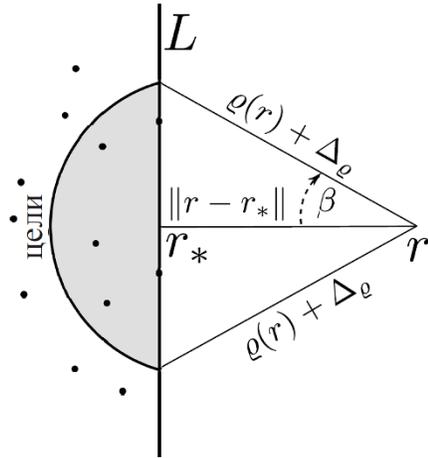
Идеальная цель управления $\varrho \equiv \varrho_0$
заменяется на $d \equiv \varrho_0$

Лемма: $\varrho - \alpha^{-1} \ln N \leq d \leq \varrho$

Отслеживание изолинии $d \equiv \varrho_0$ с точностью ε означает, что граница $\mathcal{D}_U^{\varrho_0}$ отслеживается с точностью $\varepsilon_{\text{act}} := \varepsilon + \alpha^{-1} \ln N$

Применяем алгоритм $\vec{v}(t) = \bar{v} \vec{e} (k [d(t) - d_*(t)])$, $\dot{d}_* = \chi(d - d_0)$, на вход которого подаем d из (\star)

Предположения теоретического анализа



При фиксированных $\Delta_\rho \geq 0$ и $\beta \in (0, \pi/2)$ точка r удовлетворяет (Δ_ρ, β) -условию, если целевую группу можно так разделить на две подгруппы G_Δ и G_β , что все близкие цели находятся в G_β , (т.е. $\rho_i \geq \rho + \Delta_\rho \forall i \in G_\Delta$), и при этом лежат в бесконечном секторе с углом раствора 2β и вершиной в точке r

Предположение 2.3

Существуют такие $\Delta_\rho > 0$, $\beta \in (0, \pi/2)$, что любая точка из Z_{op} в любой момент времени удовлетворяет (Δ_ρ, β) -условию

$$\text{Рабочая зона } Z_{op} = \{ (t, r) : \rho_- < \rho < \rho_+, \quad \rho_- \leq \rho \leq \rho_+ \}$$

Основной результат

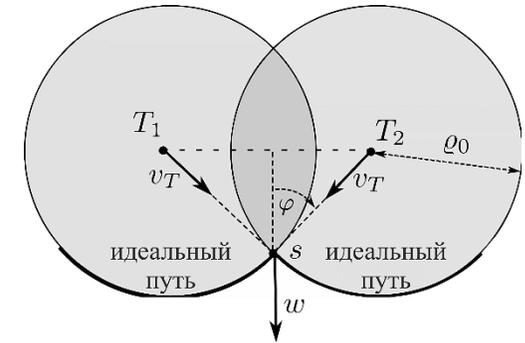
Предположение 2.4

Существуют такие константы $v_G \geq 0$ и $a_G \geq 0$, что в любой момент времени $\|\dot{\mathbf{r}}_i\| \leq v_G$ и $\|\ddot{\mathbf{r}}_i\| \leq a_G$

Пусть также выполнены следующие условия:

$$\bar{v} > v_G / \cos \beta$$

$$\varrho(\mathbf{r}_{\text{in}}) \in (\varrho_-, \varrho_+)$$

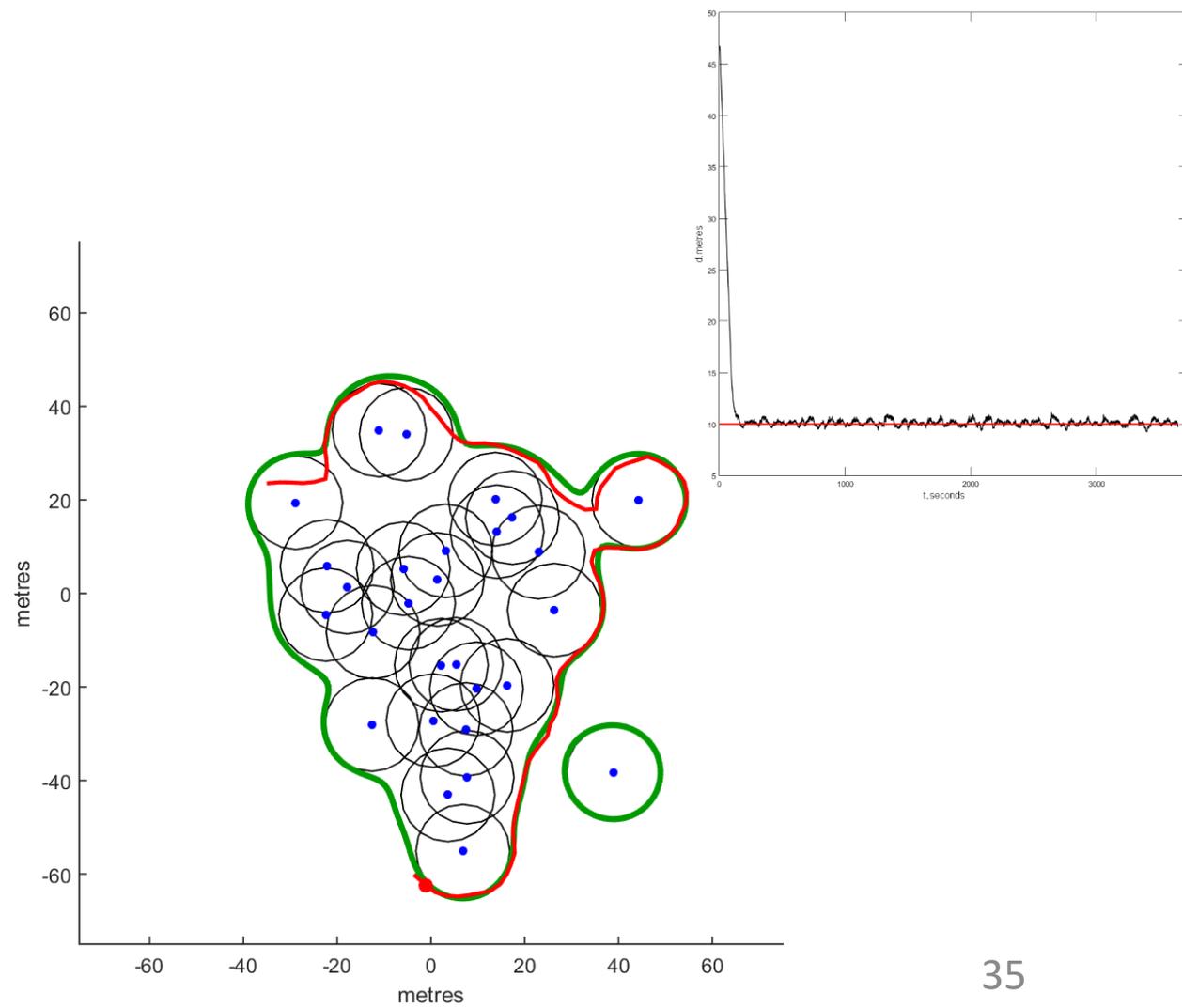
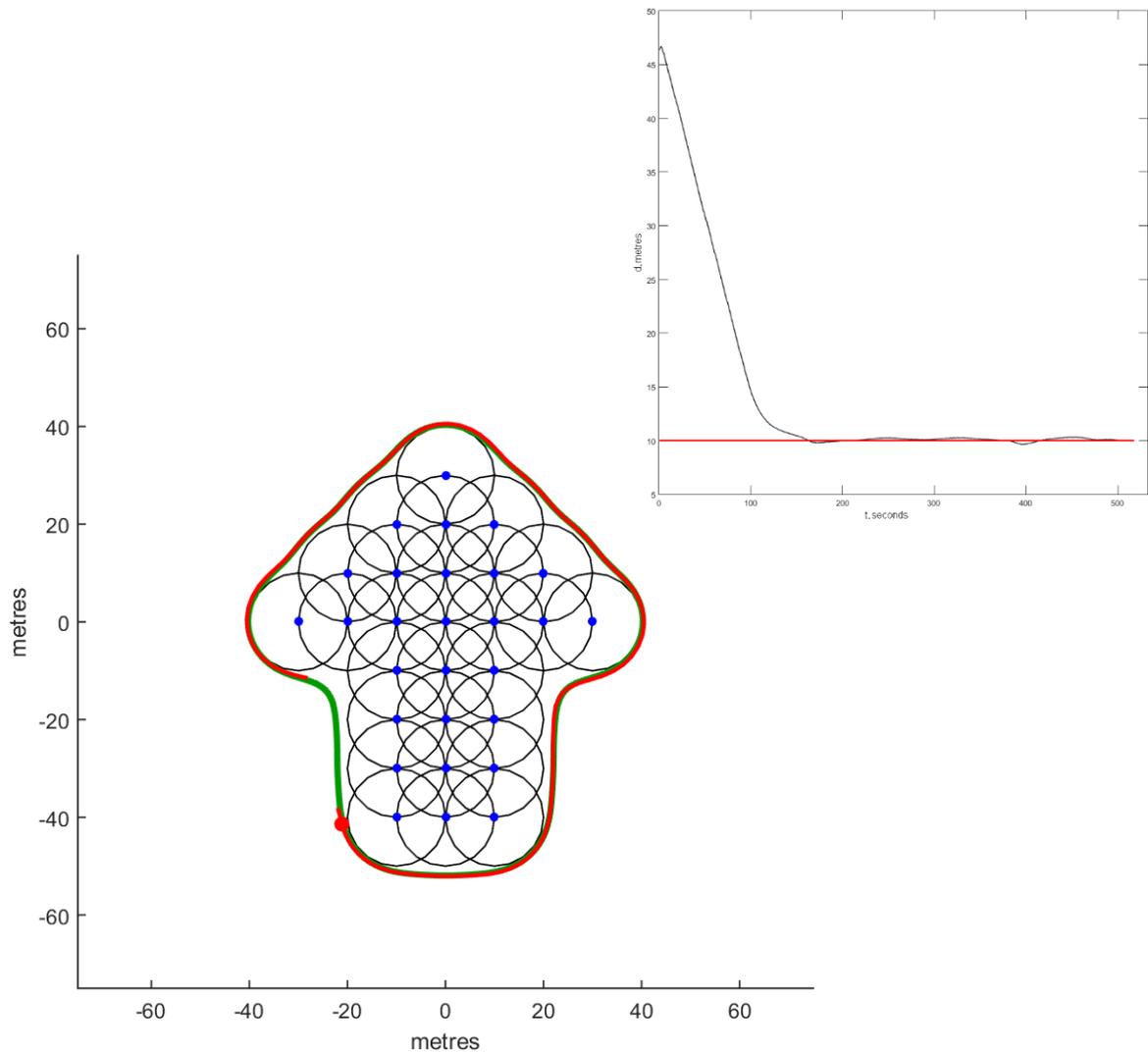


Теорема 2.2

Для любого $\varepsilon > 0$ существуют такие параметры α, k, γ, μ , что справедливо следующее утверждение:

Робот приближается к целевой группе и затем движется вокруг нее так, что расстояние до ближайшей цели постоянно близко к ϱ_0 , т.е. $\|\varrho - \varrho_0\| < \varepsilon$

Результаты компьютерного моделирования



Решаемые задачи

1. Локализация и отслеживание изолинии неизвестного скалярного поля
2. Локализация и «плотное» окружение группы движущихся целей с их последующим сопровождением
3. Локализация и отслеживание изолинии динамического скалярного поля в трехмерном пространстве

Matveev A.S., Semakova A.A.

Autonomous navigation of a non-holonomic robot for 3D tracking unsteady environmental boundaries // International Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2021.

Available on <https://doi.org/10.1002/rnc.5479>

Matveev A.S., Semakova A.A.

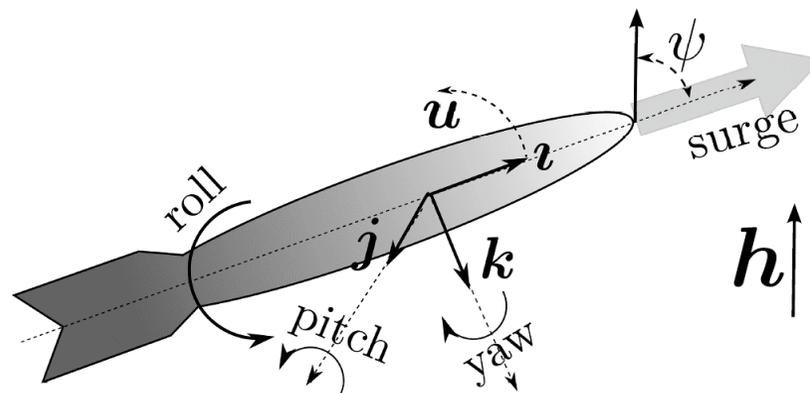
Distributed 3D navigation of swarms of nonholonomic UAVs for coverage of unsteady environmental boundaries // Drones. — 2021.

Available on <https://doi.org/10.3390/drones6020033>

Описание системы

- Робот движется в трехмерном пространстве с постоянной продольной скоростью v
- Входные сигналы управления – скорость изменения углов тангажа и рыскания

$$\dot{\mathbf{r}} = v\mathbf{i}, \quad \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{u} \in \mathbb{R}^3, \quad \langle \mathbf{u}; \mathbf{i} \rangle = 0, \quad \|\mathbf{u}\| \leq \bar{u}$$



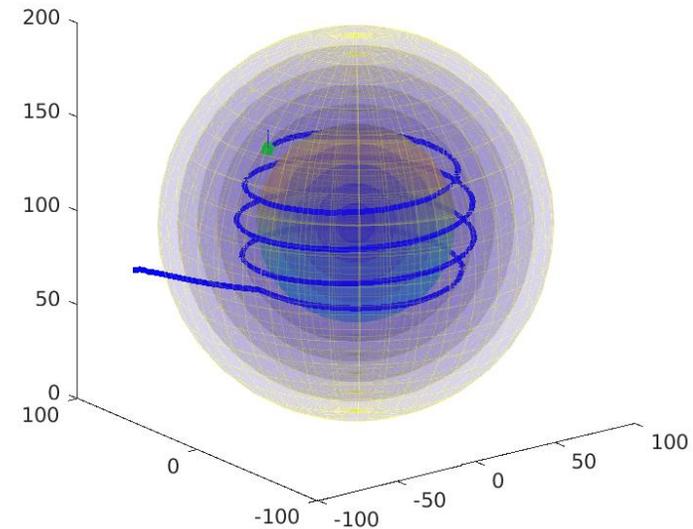
Взаимно однозначное соответствие $\mathbf{u} \leftrightarrow (j, k)$

Постановка задачи

- В рабочей зоне робота присутствует неизвестное изменяющееся со временем скалярное поле $D(\mathbf{r}, t) \in \mathbb{R}$, $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$
- Робот должен достичь движущейся и деформирующейся изоповерхности $S_t(d_0)$, где поле принимает заданное значение d_0 и затем плотно «замести» ее в пределах диапазона высот $[h_-, h_+]$

Доступные сенсорные данные:

- ориентация вектора \mathbf{h} относительно робота
- высота $h(\mathbf{r})$, на которой находится робот
- текущее значение поля $d(t) := D(\mathbf{r}, t)$

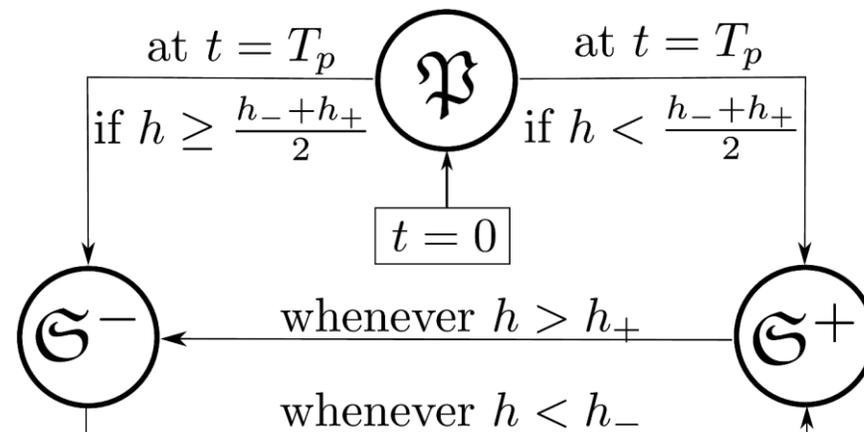


Закон управления

- \mathfrak{P} – предварительный режим $v_{\uparrow} := 0$
- \mathfrak{S}^+ – движение по спирали вверх $v_{\uparrow} := v_h$
- \mathfrak{S}^- – движение по спирали вниз $v_{\uparrow} := -v_h$

$T_p > 0$ – продолжительность режима \mathfrak{P}

$v_h > 0$ – желаемая вертикальная скорость



$$\mathbf{u} = -\bar{u}_h \cdot \text{sgn}[\dot{h} - v_{\uparrow}] \mathbf{e}_h + \bar{u}_d \cdot \text{sgn}[\dot{d} + \chi(d - d_0)] \mathbf{e}_h \times \mathbf{e}$$

$$\chi(\cdot), \bar{u}_d \in (0, \bar{u}) \text{ – настраиваемые параметры, } \bar{u}_h := \sqrt{\bar{u}^2 - \bar{u}_d^2}$$

Предположения теоретического анализа

Рабочая зона характеризуется крайними значениями поля и диапазоном высот

$$\mathcal{M} := \{ (t, \mathbf{r}) : d_- \leq D(r) \leq d_+, \pm(h - h_{\pm}) \leq \Delta_h \}$$

Предположение 3.1

Поле $D(\cdot, \cdot)$ дважды непрерывно дифференцируемо в окрестности рабочей зоны \mathcal{M} и его горизонтальный участок на любой высоте $[h_-, h_+]$ не пуст

Существуют константы $\Delta_u > 0$ и $\Delta_\lambda > 0$ такие, что следующие неравенства выполнены во всей рабочей зоне \mathcal{M} :

- $|\lambda| \leq v \cos \alpha_h - \Delta_\lambda$
- $\bar{u} \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha_h - \lambda^2} \geq |\langle D'' V_{\pm}; V_{\pm} \rangle / \|\nabla D\| + \alpha + 2 \langle \vec{\omega}; V_{\pm} \rangle| + \Delta_u$

$$V_{\pm} := \lambda \tan \alpha_h \mathbf{h}_N^{-1} \pm \vec{\tau} \sqrt{v^2 - \lambda^2 \cos^{-2} \alpha_h}$$

Предположения теоретического анализа

Предположение 3.2

В рабочей зоне \mathcal{M} поле не имеет пространственных особенностей $\nabla D \neq 0$, и это свойство не вырождается

Предположение 3.3

В рабочей зоне \mathcal{M} физические характеристики поля $n_\rho, \mathbb{W}\rho, \kappa$ ограничены

- ρ – плотность изоповерхностей
- n_ρ – скорость изменения ρ при нормальном смещении
- $\mathbb{W}\rho$ – скорость изменения ρ при тангенциальном смещении
- κ – главная кривизна изоповерхности

Предположения теоретического анализа

Предположение 3.4

Начальное положение робота $(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{l}_{in})$ лежит в пределах заданного диапазона высот $h \in (h_-, h_+)$ в горизонтальной плоскости $\langle \mathbf{l}_{in}; \mathbf{h} \rangle = 0$

Основной результат

Теорема 3.1

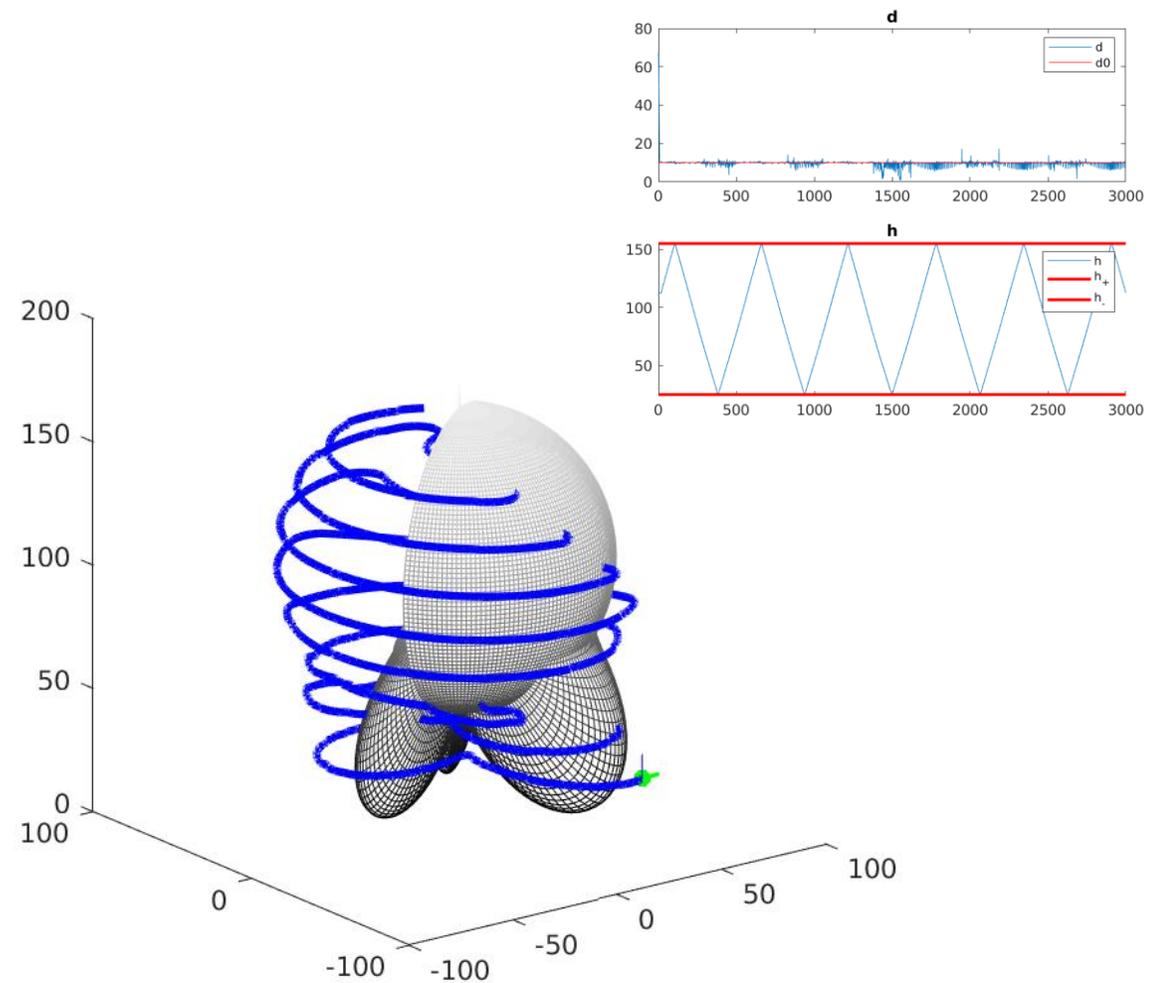
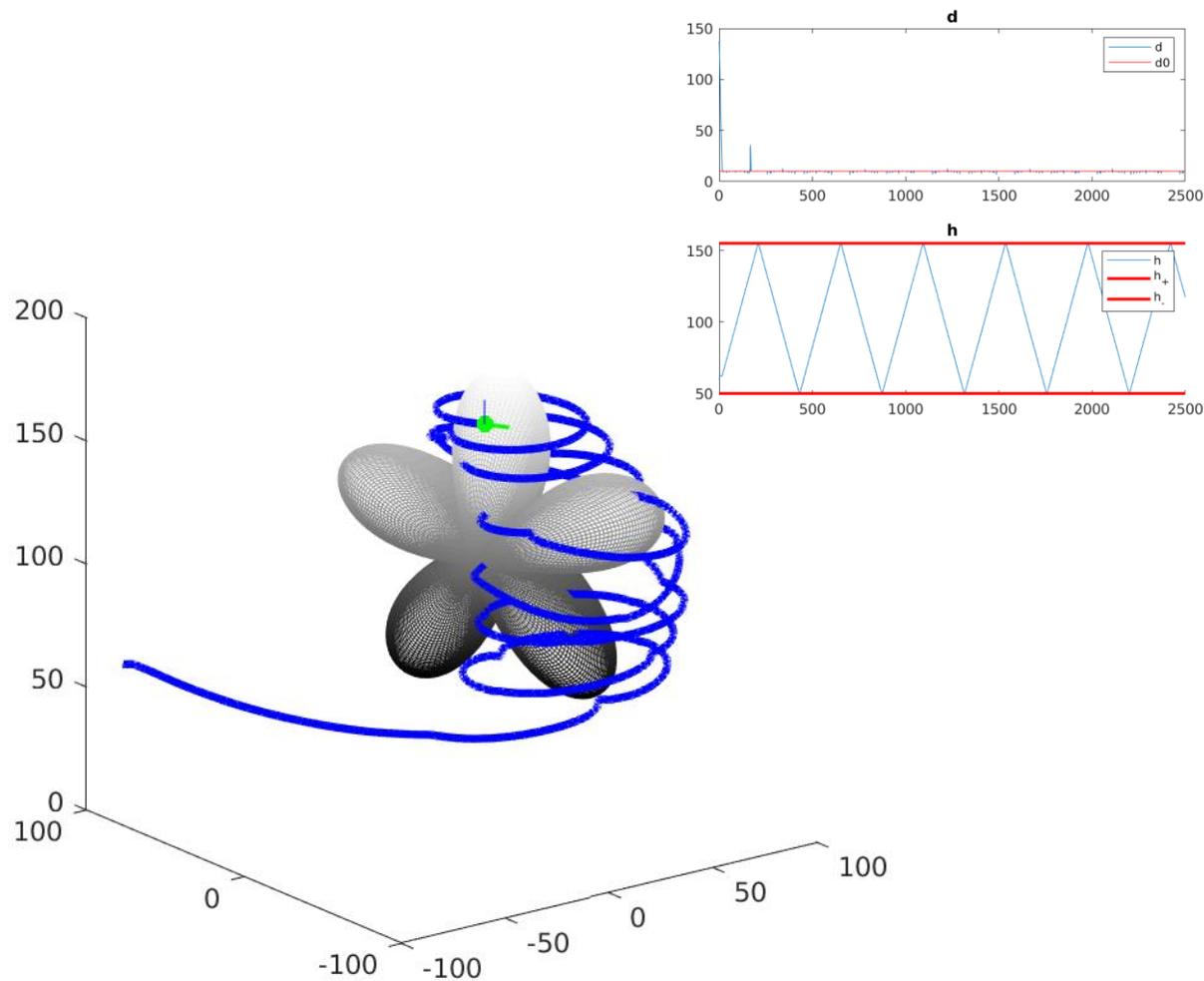
Пусть выполнены предположения 3.1-3.4, тогда параметры v_h , \bar{u}_h , \bar{u}_d , $\chi(\cdot)$, T_p предложенного закона управления

$$\mathbf{u} = -\bar{u}_h \cdot \operatorname{sgn}[\dot{h} - v_{\uparrow}] \boldsymbol{\iota}_h + \bar{u}_d \cdot \operatorname{sgn}[\dot{d} + \chi(d - d_0)] \boldsymbol{\iota}_h \times \boldsymbol{\iota}$$

могут быть выбраны таким образом, что система обладает следующими свойствами:

- робот «наматывается» на изоповерхность
- робот никогда не ориентирован вертикально $\boldsymbol{\iota} \times \mathbf{h} \neq 0 \quad \forall t$

Результаты компьютерного моделирования



Спасибо за внимание!

Анна Семакова

к.ф.-м.н., доцент университета «Сириус»
a.semakova@gmail.com