

Идентификация параметров нейромассовой модели по данным электроэнцефалограммы человека

ПЛОТНИКОВ СЕРГЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ РАН

СЕМИНАР ПО ОПТИМИЗАЦИИ, МАШИННОМУ ОБУЧЕНИЮ И ИСКУССТВЕННОМУ
ИНТЕЛЛЕКТУ

28 НОЯБРЯ 2024 Г.

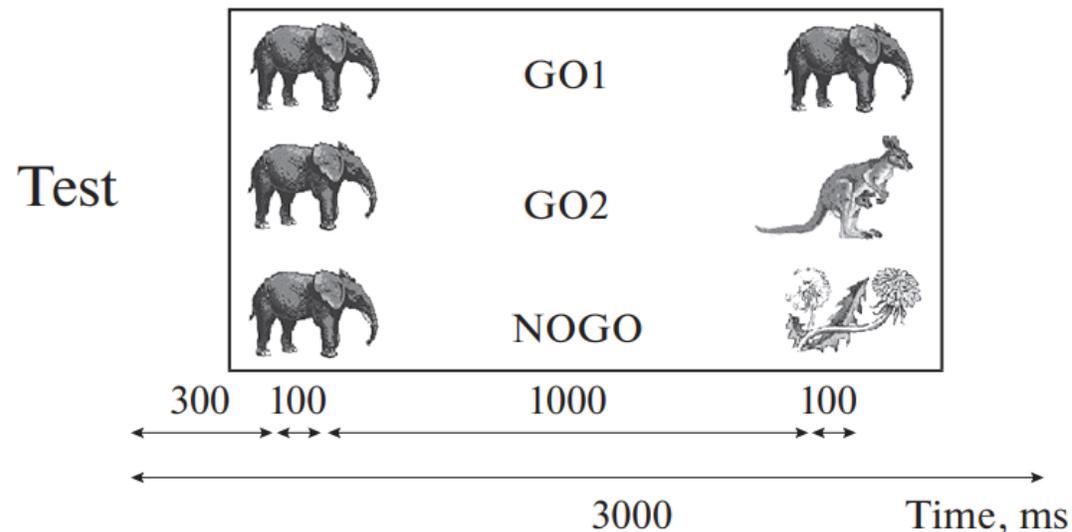
Постановка задачи нейрофизиологами

Мотивация:

- понять причины возникновения психических заболеваний, таких как шизофрения, СДВГ, депрессия и т.д.
- научиться предсказывать динамику электроэнцефалограммы (ЭЭГ) человека, например, для компенсации запаздываний, возникающих, при реализации парадигмы нейрообратной связи.

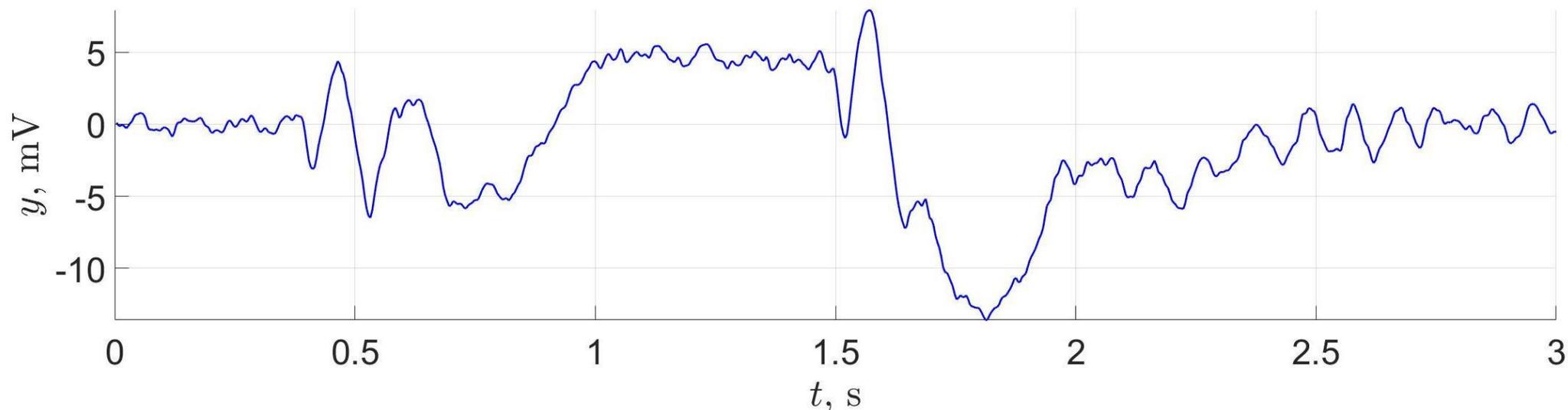
Вызванные потенциалы человека

Вызванные потенциалы (ВП) или потенциалы, связанные с событиями (ПСС) - это электрические потенциалы определенного вида, записанные в некоторой части мозга человека, возникающие как реакция на воздействие внешнего стимула, например визуального или звукового.⁰



⁰Кропотов Ю.Д. *Количественная ЭЭГ, когнитивные вызванные потенциалы мозга человека и нейротерапия*. Донецк. Издатель Заславский А.Ю. 2010.

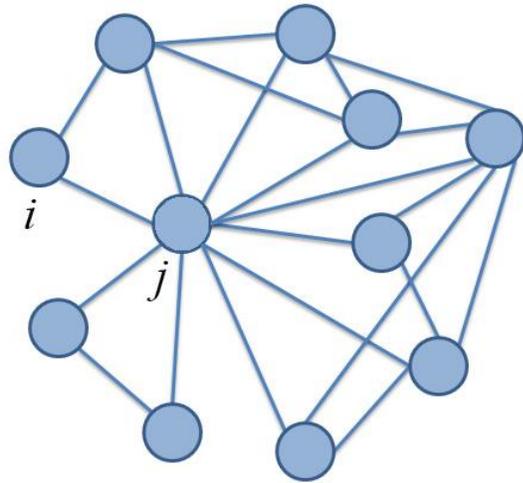
Математическая постановка задачи



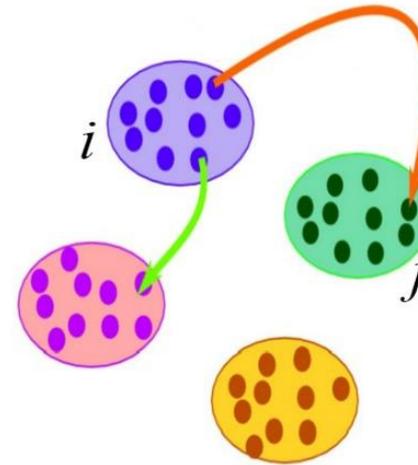
Пример усредненной записи ВП с канала О1

Задача: синтезировать математическую модель, описывающую динамику сигнала, приближенного к записи ВП человека.

Подходы к изучению нейрональной активности



Сети из микроскопических моделей нейронов, таких как модели ФитцХью-Нагумо, Хиндмарша-Роуза, Ходжкина-Хаксли и т.д. ¹

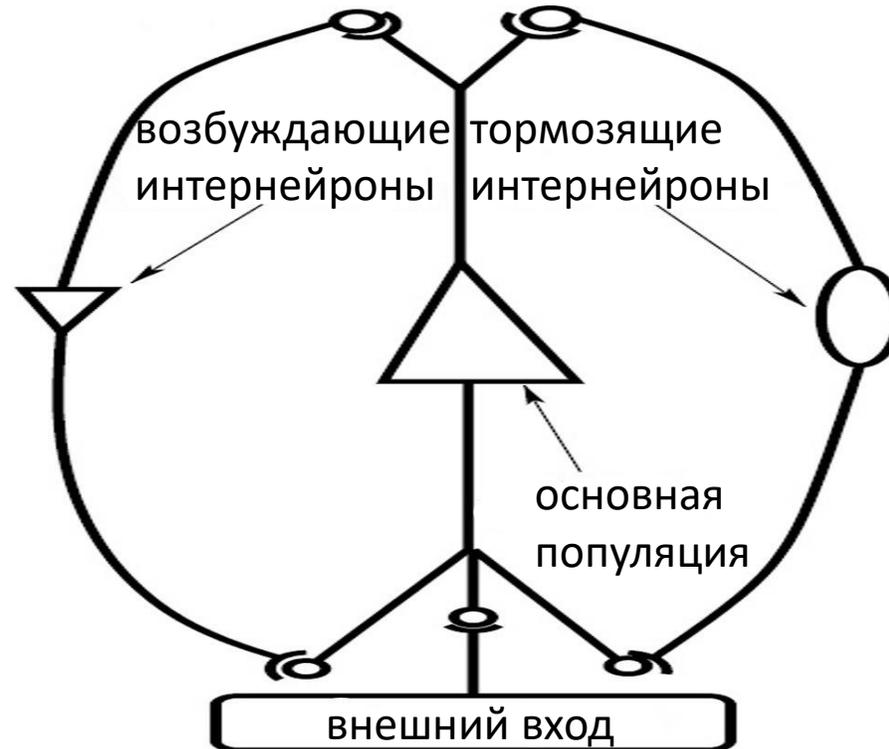


Макроскопические модели или модели нейронных масс ²

¹Izhikevich, E.M., *Dynamical systems in neuroscience: The geometry of excitability and bursting*, The MIT Press, 2007.

²Lopes da Silva, F. et al., Model of brain rhythmic activity, *Biol. Cybern.*, 1974, vol.15, pp. 27-37.

Схема нейромассовой популяции



Уравнения нейромассовой модели ³

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = Aa\sigma(x_3(t) - x_5(t)) - 2ax_2(t) - a^2x_1(t),$$

$$\dot{x}_3(t) = x_4(t),$$

$$\dot{x}_4(t) = Aa[u(t) + C_2\sigma(C_1x_1(t))] - 2ax_4(t) - a^2x_3(t),$$

$$\dot{x}_5(t) = x_6(t),$$

$$\dot{x}_6(t) = BbC_4\sigma(C_3x_1(t)) - 2bx_6(t) - b^2x_5(t),$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_6)^T \in \mathbb{R}^6$ - вектор состояния, $u \in \mathbb{R}$ - вход (шум и другие сигналы), $y = x_3 - x_5 \in \mathbb{R}$ - выход всей системы. Параметры a и b имеют постоянные значения: $a = 100 \text{ с}^{-1}$, $b = 50 \text{ с}^{-1}$. Параметры C_1, C_2, C_3, C_4 являются постоянными связности и связаны между собой соотношением:

$C_1 = 1.25C_2 = 4C_3 = 4C_4 = 135$. Параметры A и B предполагаются неизвестными.

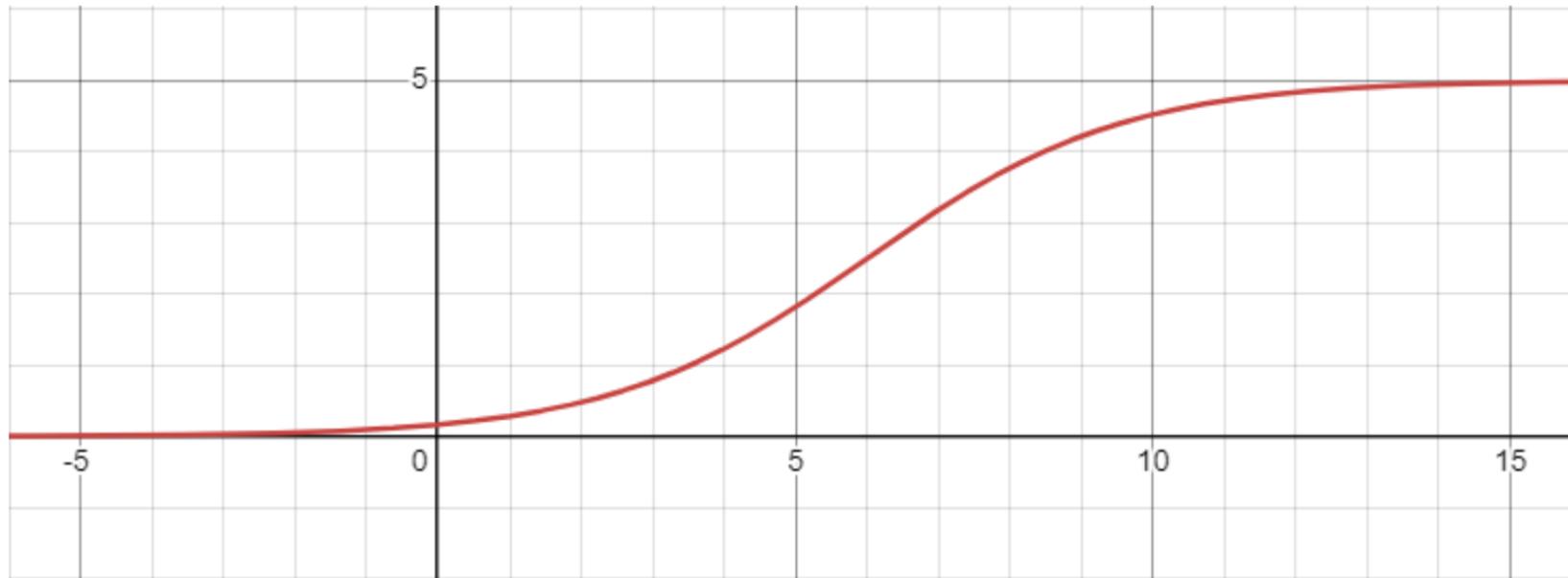
³Jansen, B. H., and Rit, V. G., Electroencephalogram and visual evoked potential generation in a mathematical model of coupled cortical columns, *Biol. Cybern.*, 1995, vol. 73, pp. 357–366.

Сигмоидальная функция

Функция $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ называется сигмоидальной и описывается уравнением:

$$\sigma(v) = \frac{2e_0}{1 + e^{r(v_0 - v)}},$$

где $e_0 = 2.5 \text{ s}^{-1}$, $r = 0.56 \text{ mV}^{-1}$, $v_0 = 6 \text{ mV}$. Она используется для преобразования среднего мембранного потенциала популяции нейронов в среднюю плотность импульсов потенциала действия.



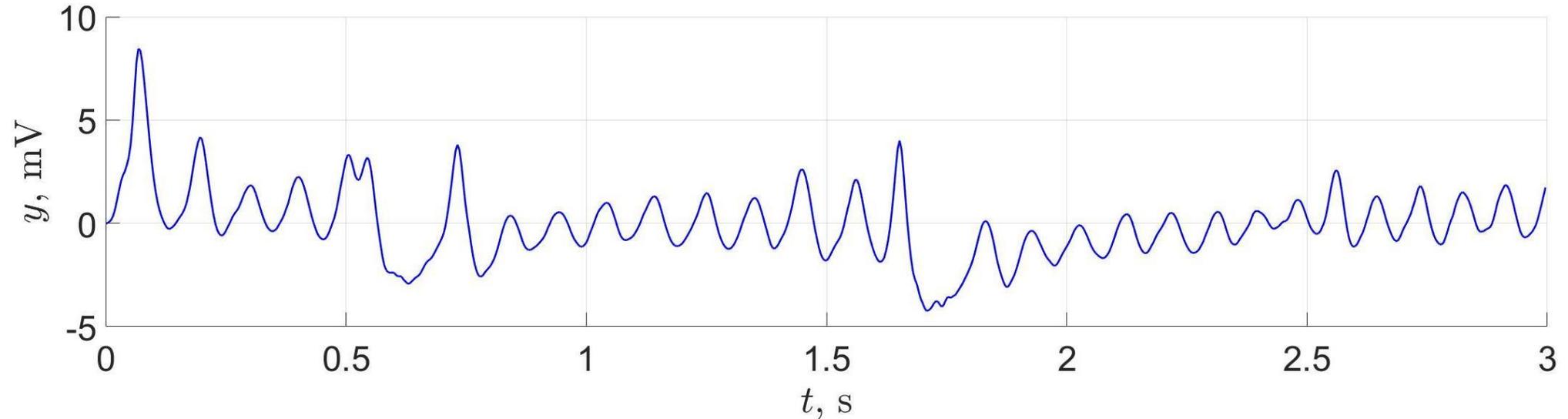
Внешний визуальный стимул

Для моделирования ВП ко входу системы $u(t)$ необходимо добавить функцию, описывающую внешний визуальный стимул. Это можно сделать с помощью следующей функции:

$$u_0(t) = \frac{q(t - t_0)^n e^{(t_0 - t)/w}}{w^n}$$

где $n = 7$, $w = 0.005$, $q = 0.5$, t_0 - момент стимула (в секундах).

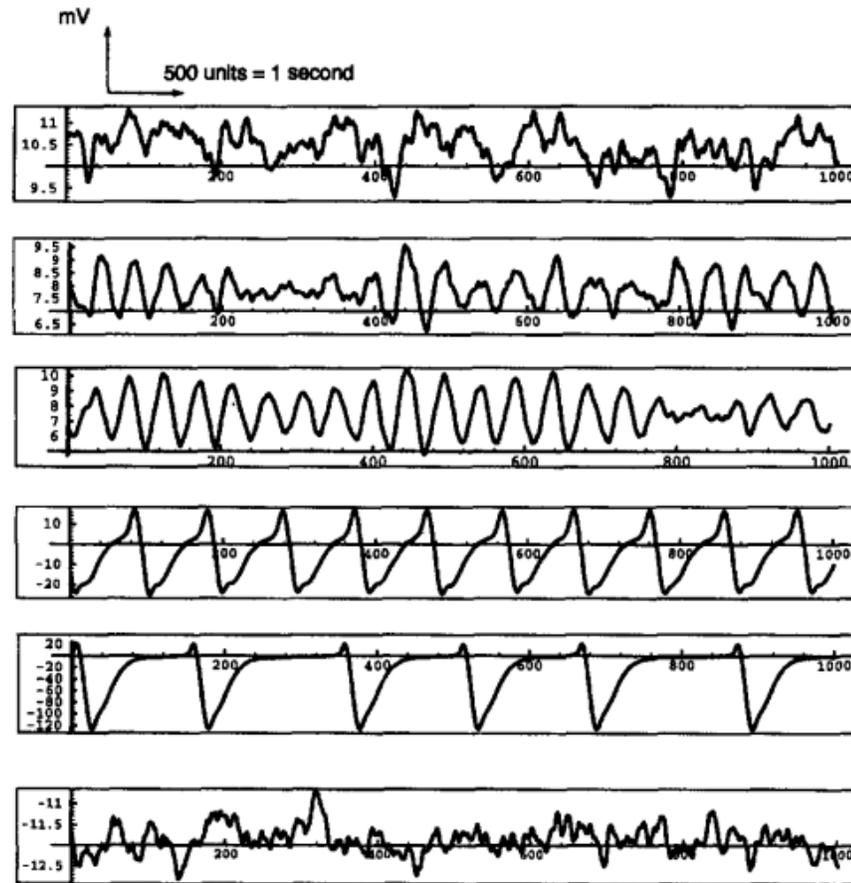
Математическая постановка задачи (прод.)



Пример сигнала, сгенерированного с помощью нейромассовой модели.

Задача: синтезировать наблюдатель, позволяющий настраивать параметры нейромассовой модели, чтобы она генерировала желаемый сигнал.

Математическая постановка задачи (прод.)



Выход нейромассовой модели при различных значениях постоянной связности C , равной 68, 128, 135, 270, 675 и 1350, соответственно.

Наблюдатель на основе алгоритма скоростного градиента *

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = \hat{x}_2(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = \hat{\theta}_1 a \sigma(x_3(t) - x_5(t)) - 2a\hat{x}_2(t) - a^2\hat{x}_1(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_3(t) = \hat{x}_4(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_4(t) = \hat{\theta}_1 a [u(t) + C_2 \sigma(C_1 x_1(t))] - 2a\hat{x}_4(t) - a^2\hat{x}_3(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_5(t) = \hat{x}_6(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_6(t) = \hat{\theta}_2 b C_4 \sigma(C_3 x_1(t)) - 2b\hat{x}_6(t) - b^2\hat{x}_5(t),$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1(t) = \gamma_1 a \{ \sigma(x_3(t) - x_5(t)) (x_2(t) - \hat{x}_2(t)) + [u(t) + C_2 \sigma(C_1 x_1(t))] (x_4(t) - \hat{x}_4(t)) \}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2(t) = \gamma_2 b C_4 \sigma(C_3 x_1(t)) (x_6(t) - \hat{x}_6(t)).$$

Здесь $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_6)^T \in \mathbb{R}^6$ - вектор состояния, а $\hat{\theta}_1$ и $\hat{\theta}_2$ - настраиваемые параметры.

* Плотников С.А., Фрадков А.Л. Адаптивная идентификация параметров для класса моделей нейронных ансамблей с применением к эргатическим системам. *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2024. Том 25, № 1. С. 13-18.

Наблюдатель на основе алгоритма скоростного градиента *

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = \hat{x}_2(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = \hat{\theta}_1 a \sigma(y(t)) - 2a\hat{x}_2(t) - a^2\hat{x}_1(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_3(t) = \hat{x}_4(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_4(t) = \hat{\theta}_1 a [u(t) + C_2 \sigma(C_1 \hat{x}_1(t))] - 2a\hat{x}_4(t) - a^2\hat{x}_3(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_5(t) = \hat{x}_6(t),$$

$$\dot{\hat{x}}_6(t) = \hat{\theta}_2 b C_4 \sigma(C_3 \hat{x}_1(t)) - 2b\hat{x}_6(t) - b^2\hat{x}_5(t),$$

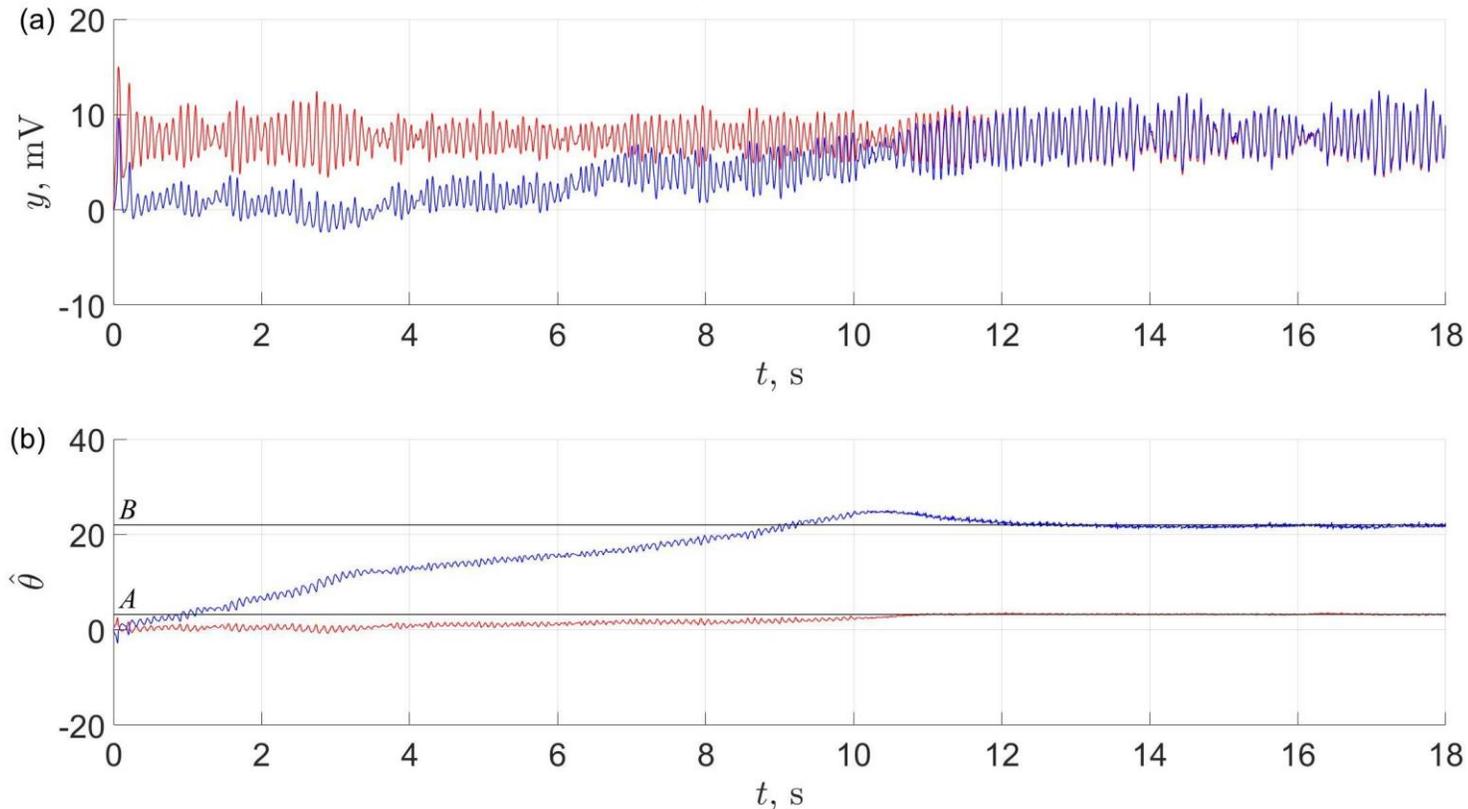
$$\dot{\hat{\theta}}_1(t) = \frac{\gamma_1 a}{h} [\sigma(y(t)) e_2(t) + u(t) + C_2 \sigma(C_1 \hat{x}_1(t))] (y(t) - y(t-h) - h\hat{x}_4(t) + h\hat{x}_6(t)),$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2(t) = \frac{-\gamma_2 b}{h} C_4 \sigma(C_3 \hat{x}_1(t)) (y(t) - y(t-h) - h\hat{x}_4(t) + h\hat{x}_6(t)),$$

Здесь $h > 0$ – шаг дискретизации.

Полученный наблюдатель зависит только от выхода системы y .

Настройка параметров A, B по выходу нейромассовой модели



Исходные значения: $A = 3.25, B = 22$. Полученные оценки: $A = 3.25, B = 21.83$.

u – вход (гауссовский шум со средним 100 и дисперсией 30 и стимулы в моменты времени 300 мс и 1400 мс).

Размерность наблюдателя: 8.

Синтезированный наблюдатель не работает с реальными данными.

Уравнения системы в общем виде

$$\begin{aligned}\dot{x}_0 &= A_0 x_0 + \phi_0(y)\theta, \\ \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + \phi_1(x_0, u)\theta, \\ y &= C_1 x_1,\end{aligned}$$

где $x_0 \in \mathbb{R}^{n_0}$, $x_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ – компоненты вектора состояний, $\theta \in \mathbb{R}^p$ – вектор постоянных неизвестных параметров, $y \in \mathbb{R}$ – измеряемый выход, и $u \in \mathbb{R}$ – вход.

Перепишем исходную систему в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + \phi(y, u, x)\theta, \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{1}$$

где $x = (x_0, x_1)$, $A = \text{diag}(A_0, A_1)$, $C = (0, C_1)$ и $\phi = (\phi_0, \phi_1)$. Нелинейные функции $\phi_0 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n_0} \times \mathbb{R}^p$ и $\phi_1 : \mathbb{R}^{n_0} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^p$ глобально липшицевы и ограниченные. Матрицы A_0 и A_1 гурвицевы.

Уравнения идентификатора параметров ⁴

Рассмотрим следующий наблюдатель:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + \phi(y, u, \hat{x})\hat{\theta} + \Gamma(y - \hat{y}), \\ \hat{y} &= C\hat{x}, \\ \dot{\hat{\theta}} &= \bar{\Gamma}(y - \hat{y}), \\ \dot{\Psi} &= A\Psi + \Delta\phi(y, u, \hat{x}), \quad \text{где } \Psi(0) = 0, \\ \dot{P} &= dP - dP\Psi^T C^T C\Psi P, \quad \text{где } P(0) = P(0)^T > 0,\end{aligned}\tag{2}$$

где $\Gamma = \Delta^{-1}\Psi\bar{\Gamma}$, $\bar{\Gamma} = P\Psi^T C^T$ и $\Delta = \text{diag}(I_{n_0}, \frac{1}{d}I_{n_1})$, $d > 0$ – постоянный параметр.

⁴Postoyan, R., Chong, M., Netic, D., Kuhlmann, L., Parameter and state estimation for a class of neural mass models, *51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2012, pp. 2322–2327.

Предположения

Пусть выполнены следующие предположения:

- 1 Вектор неизвестных параметров θ постоянный и находится в компактном множестве.
- 2 Входной сигнал u известен.
- 3 Измеряемый выходной сигнал y не содержит шумов.
- 4 Для любых сигналов u, y, \hat{x} , принадлежащих \mathcal{L}_∞ , существуют $a_1, a_2 \in \mathbb{R}_{>0}, T \in \mathbb{R}_{>0}$ такие, что решение

$$\dot{\Psi} = A\Psi + \Delta\phi(y, u, \hat{x}), \quad \text{где } \Psi(0) = 0,$$

для всех $t \geq 0$ удовлетворяет неравенству:

$$a_1 I_2 \leq \int_t^{t+T} \Psi^T(\tau) C^T C \Psi(\tau) d\tau \leq a_2 I_2.$$

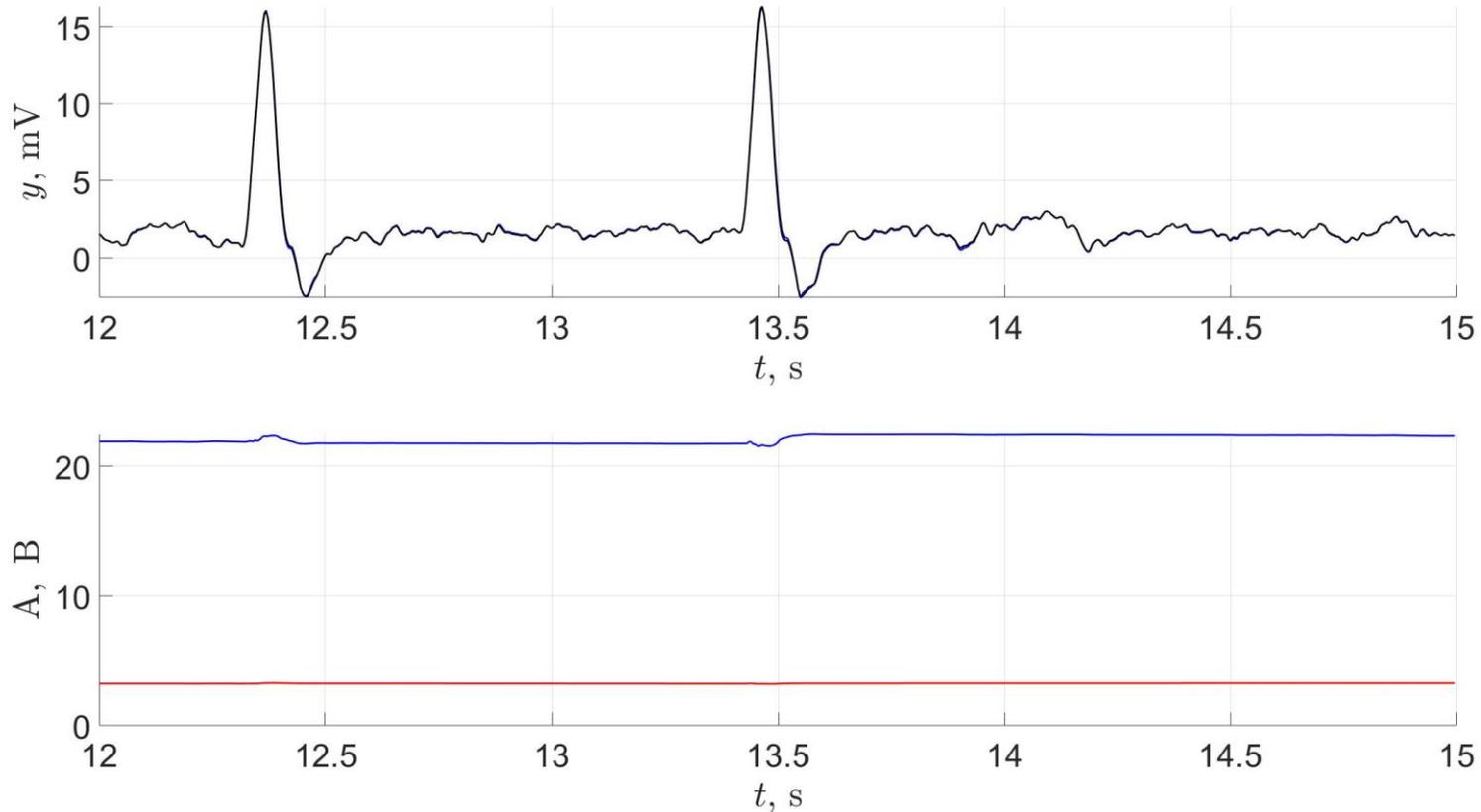
Теорема

Теорема Пусть для системы (1) и наблюдателя (2) выполнены предположения 1 – 4. Тогда существует $d^* \geq 1$ такой, что для всех $d \geq d^*$ оценки $(\hat{x}, \hat{\theta})$ асимптотически сходятся к (x, θ) , т.е. для всех $d \geq d^*$ существует $\beta_d \in \mathcal{KL}$ такая, что для любого входа u и любых начальных условий $P(0) = P(0)^T > 0$, $\tilde{x}(0)$, $\tilde{\theta}(0)$ выполнено неравенство:

$$\left| \left(\tilde{x}(t), \tilde{\theta}(t) \right) \right| \leq \beta_d \left(\left| \left(\tilde{x}(0), \tilde{\theta}(0) \right) \right|, t \right), \quad \forall t \geq 0,$$

где $\tilde{x} = x - \hat{x}$, $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$.

Настройка параметров A, B по выходу нейромассовой модели

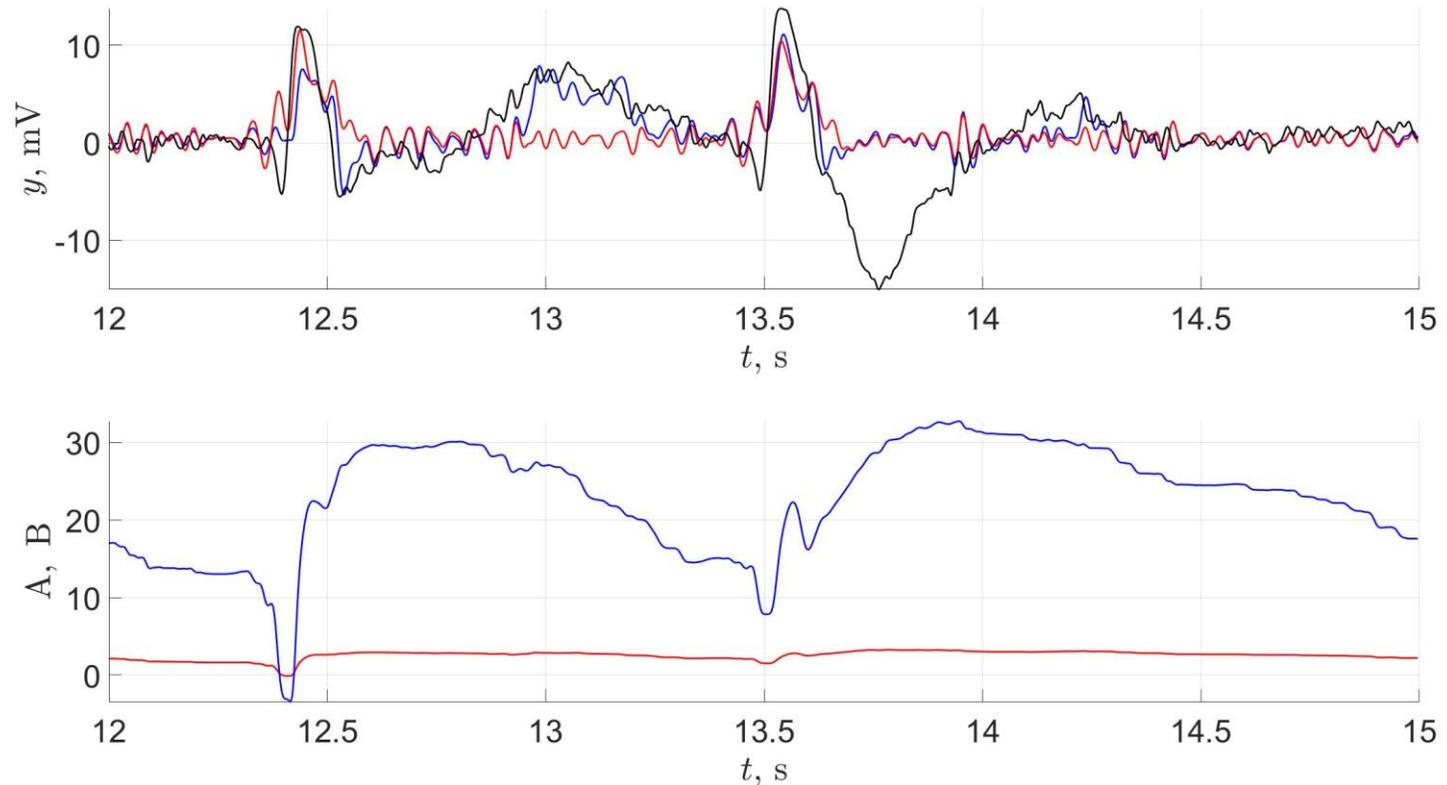


Исходные значения: $A = 3.25, B = 22$. Полученные оценки: $A = 3.25, B = 22.09$.

u – вход (гауссовский шум со средним 100 и дисперсией 30 и стимулы в моменты времени 300 мс и 1400 мс).

Размерность наблюдателя: 24.

Настройка параметров A, B нейромассовой модели по данным ЭЭГ



Полученные оценки: $A = 2.54, B = 22.8$.

u – вход (исходный шум с частотой больше 30 Гц со средним 100, умноженный на 200, и стимулы в моменты времени 370 мс и 1470 мс).

Размерность наблюдателя: 24.

Две связанные нейромассовые популяции ³

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = Aa\sigma(x_3(t) - x_5(t)) - 2ax_2(t) - a^2x_1(t),$$

$$\dot{x}_3(t) = x_4(t),$$

$$\dot{x}_4(t) = Aa[u(t) + C_2\sigma(C_1x_1(t)) + K_2x_{15}(t)] - 2ax_4(t) - a^2x_3(t),$$

$$\dot{x}_5(t) = x_6(t),$$

$$\dot{x}_6(t) = BbC_4\sigma(C_3x_1(t)) - 2bx_6(t) - b^2x_5(t),$$

$$\dot{x}_7(t) = x_8(t),$$

$$\dot{x}_8(t) = A'a\sigma(x_9(t) - x_{11}(t)) - 2ax_8(t) - a^2x_7(t),$$

$$\dot{x}_9(t) = x_{10}(t),$$

$$\dot{x}_{10}(t) = A'a[u'(t) + C_2\sigma(C_1x_7(t)) + K_1x_{13}(t)] - 2ax_{10}(t) - a^2x_9(t),$$

$$\dot{x}_{11}(t) = x_{12}(t),$$

$$\dot{x}_{12}(t) = B'bC_4\sigma(C_3x_7(t)) - 2bx_{12}(t) - b^2x_{11}(t),$$

$$\dot{x}_{13}(t) = x_{14}(t),$$

$$\dot{x}_{14}(t) = A'a_d\sigma(x_3(t) - x_5(t)) - 2a_dx_{14}(t) - a^2x_{13}(t),$$

$$\dot{x}_{15}(t) = x_{16}(t),$$

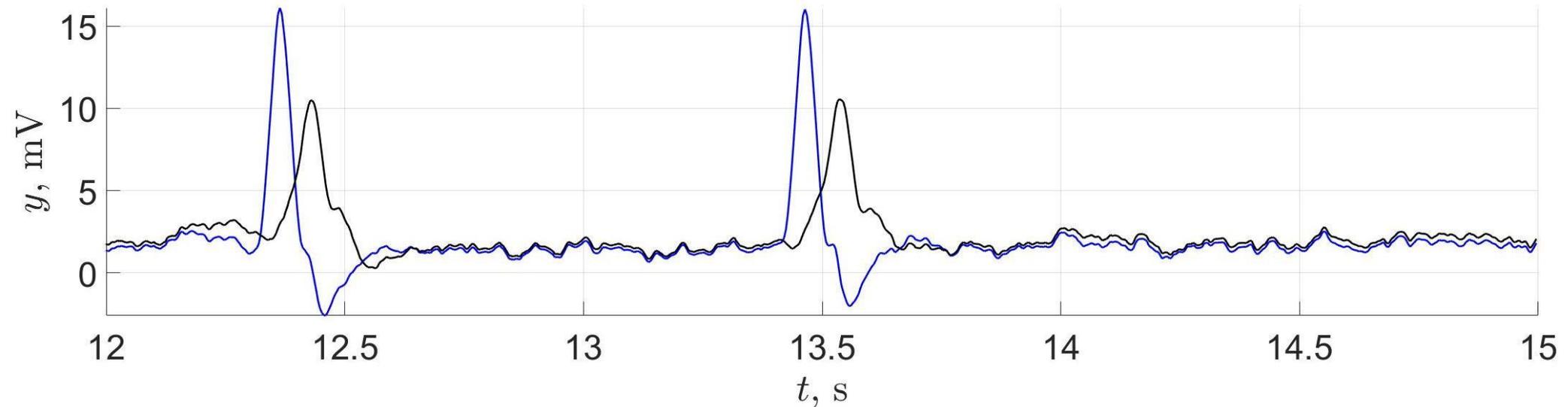
$$\dot{x}_{16}(t) = A'a_d\sigma(x_9(t) - x_{11}(t)) - 2a_dx_{16}(t) - a^2x_{15}(t),$$

A, B, A', B', K_1, K_2 - настраиваемые коэффициенты связи, $a_d = 30$.

³Jansen, B. H., and Rit, V. G., Electroencephalogram and visual evoked potential generation in a mathematical model of coupled cortical columns, *Biol. Cybern.*, 1995, vol. 73, pp. 357–366.

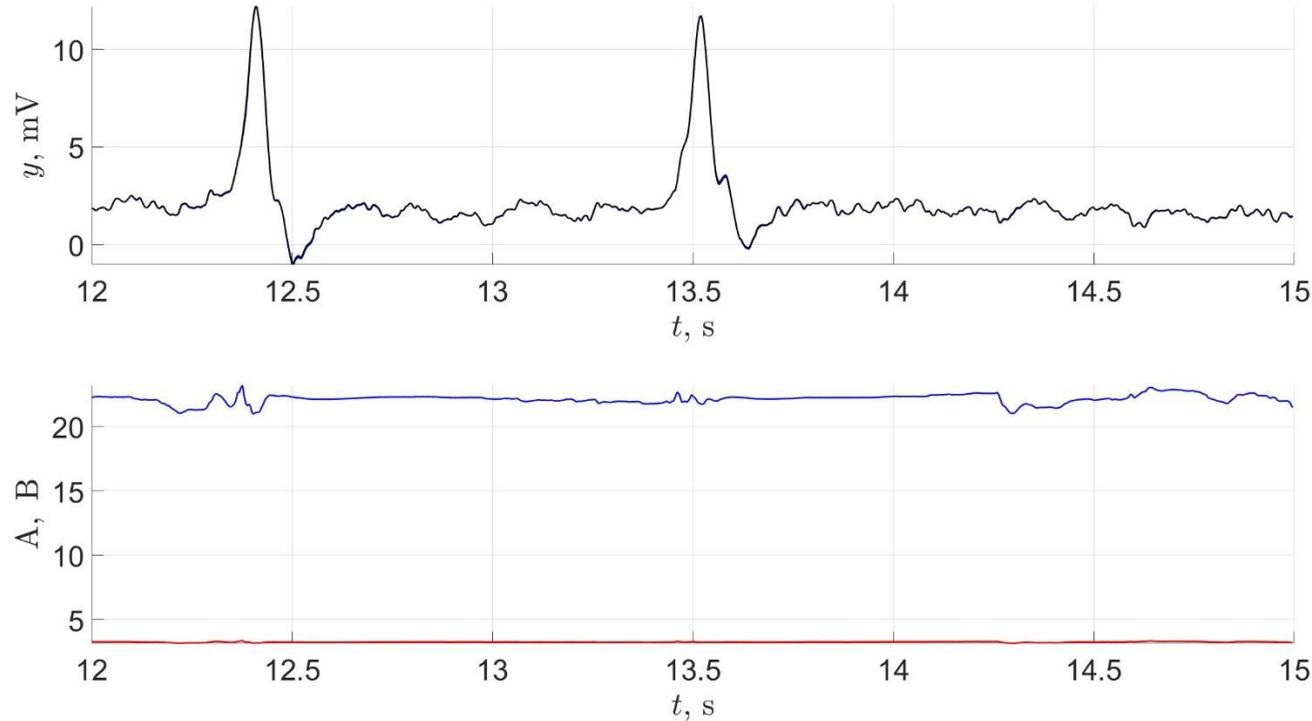
Сравнение выходов двух связанных одинаковых нейромассовых популяций

Визуальные стимулы подаются только на первую популяцию.



Настройка параметров A, B двух одинаковых нейромассовых популяций по выходу второй нейромассовой популяции

Визуальные стимулы подаются только на первую популяцию.

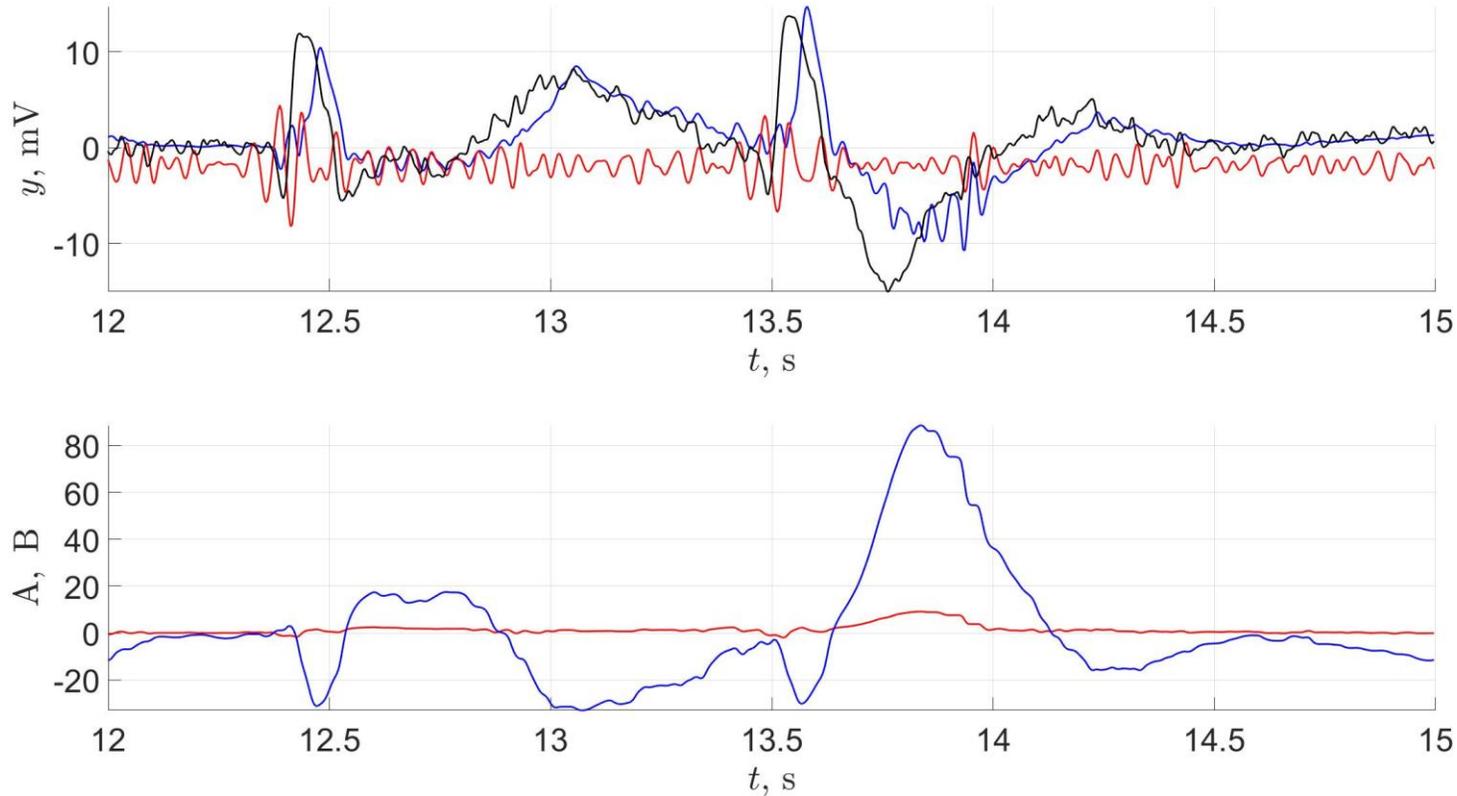


Исходные значения: $A = 3.25, B = 22$. Полученные оценки: $A = 3.25, B = 22.14$.

u – вход (гауссовский шум со средним 100 и дисперсией 30 и стимулы в моменты времени 300 мс и 1400 мс); y – выход второй популяции.

Размерность наблюдателя: 54.

Настройка параметров A, B двух одинаковых нейромассовых популяций по данным ЭЭГ



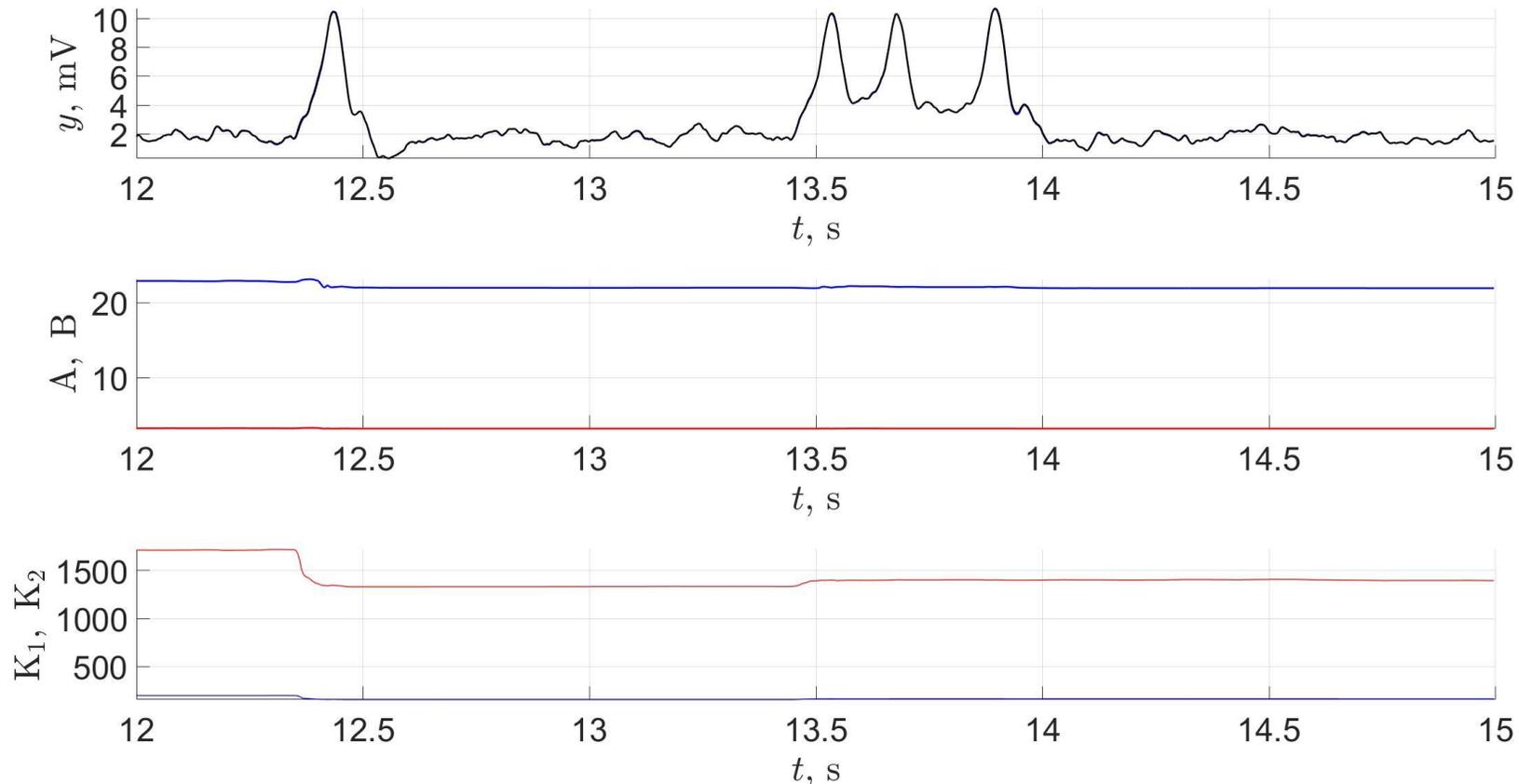
Полученные оценки: $A = 1.32, B = 0.98$.

u – вход (исходный шум с частотой больше 30 Гц со средним 100, умноженный на 200, и стимулы в моменты времени 300 мс и 1400 мс), y – выход второй популяции.

Размерность наблюдателя: 54.

Настройка параметров A, B, K_1, K_2 двух нейромассовых популяций по выходу второй нейромассовой популяции

Визуальные стимулы подаются только на первую популяцию.



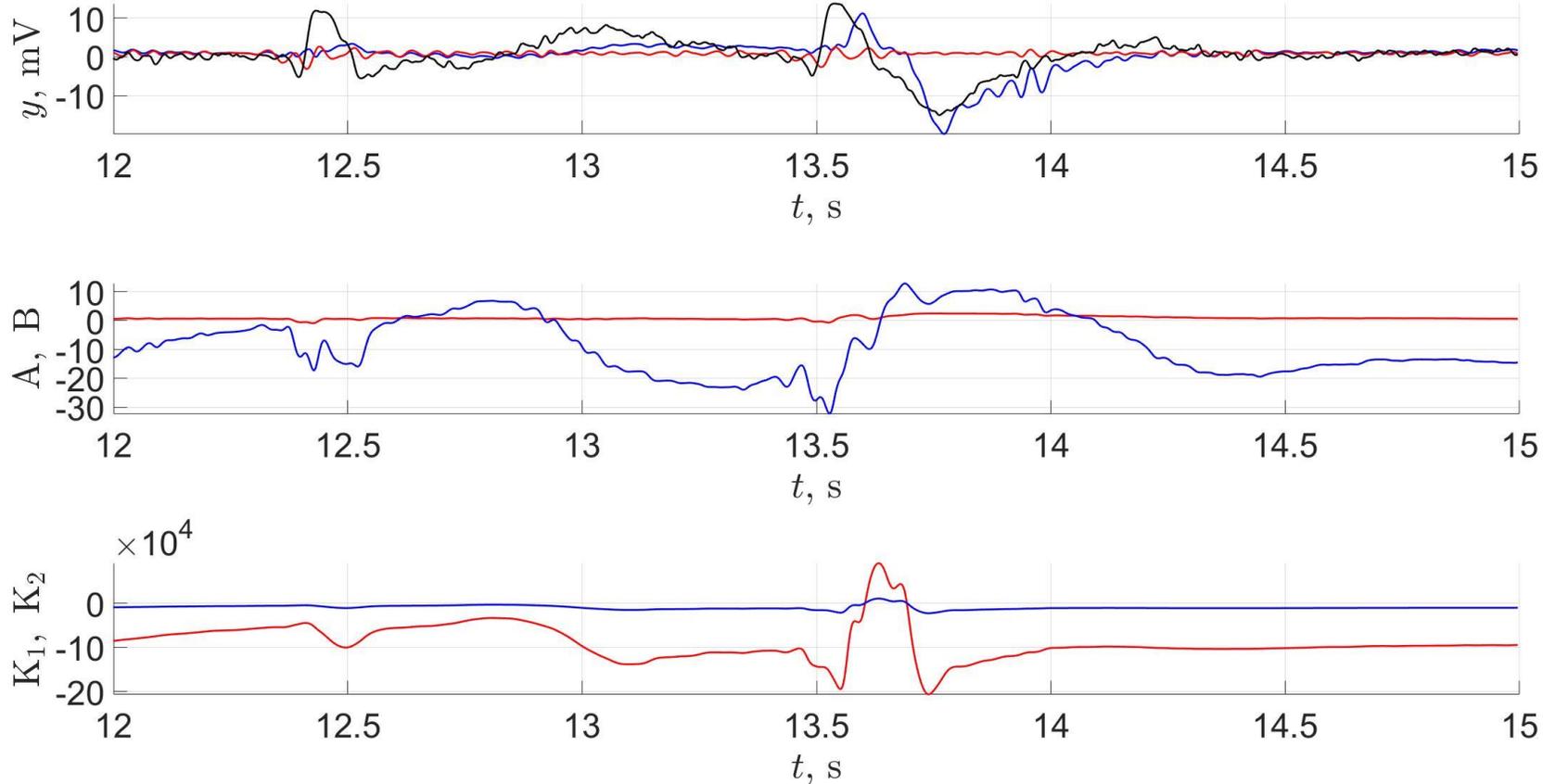
Исходные значения: $A = 3.25, B = 22, K_1 = 1400, K_2 = 100$.

Полученные оценки: $A = 3.25, B = 22.08, K_1 = 1415, K_2 = 162$. u – вход (гауссовский шум со средним 100 и дисперсией 30 и стимулы в моменты времени 300 мс и 1400 мс); y – выход второй популяции.

Размерность наблюдателя: 100.

Настройка параметров A, B, K_1, K_2 двух нейромассовых популяций по данным ЭЭГ

Визуальные стимулы подаются только на первую популяцию.



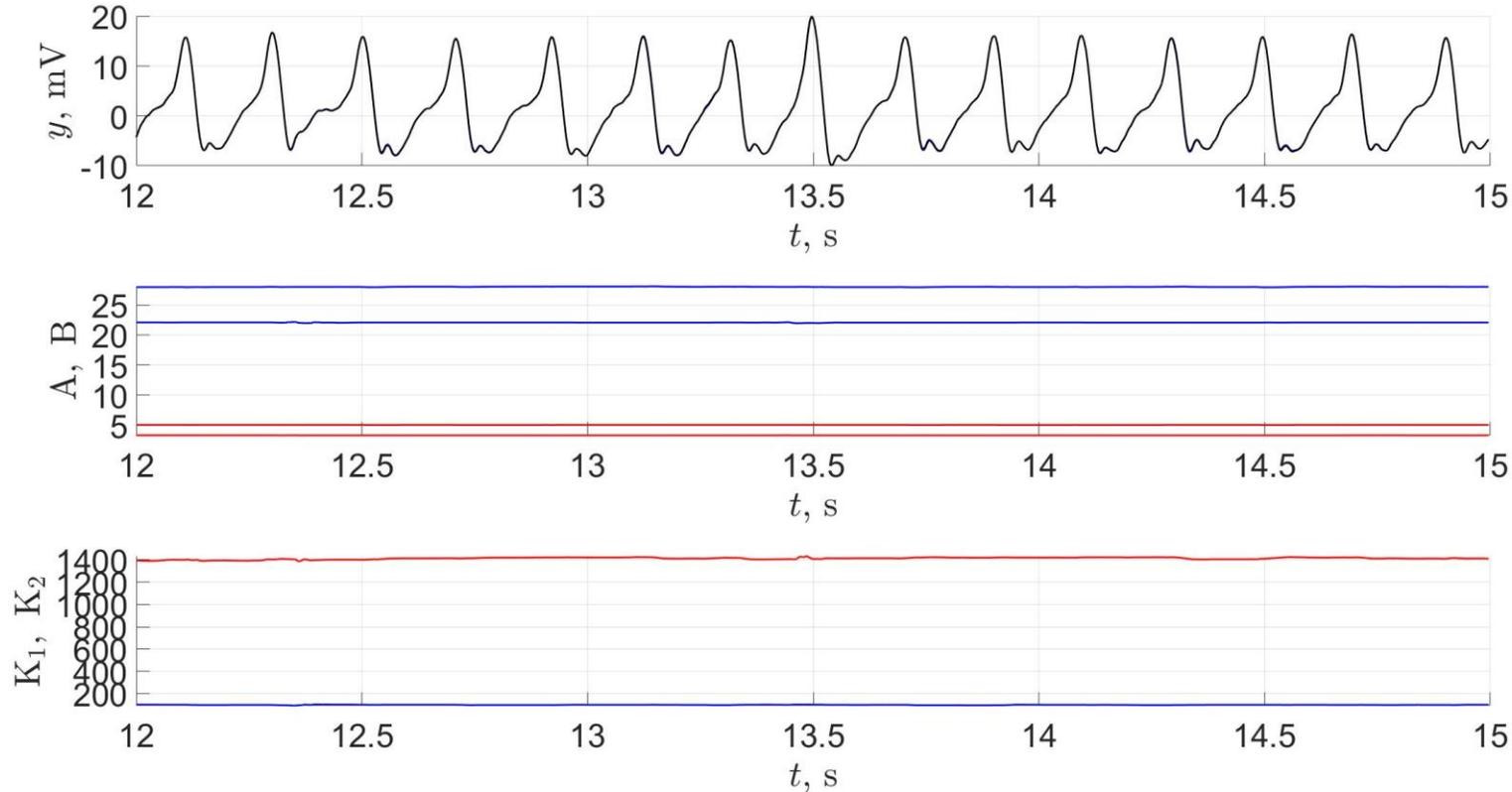
Полученные оценки: $A = 0.93, B = -8.29, K_1 = -8948, K_2 = -1004$.

u – вход (исходный шум с частотой больше 30 Гц со средним 100, умноженный на 200, и стимулы в моменты времени 300 мс и 1400 мс), y – выход второй популяции.

Размерность наблюдателя: 100.

Настройка параметров A, B, A', B', K_1, K_2 двух разных нейромассовых популяций по двум выходам

Визуальные стимулы подаются только на первую популяцию.



Исходные значения: $A = 3.25, B = 22, A' = 5, B' = 28, K_1 = 1400, K_2 = 100$.

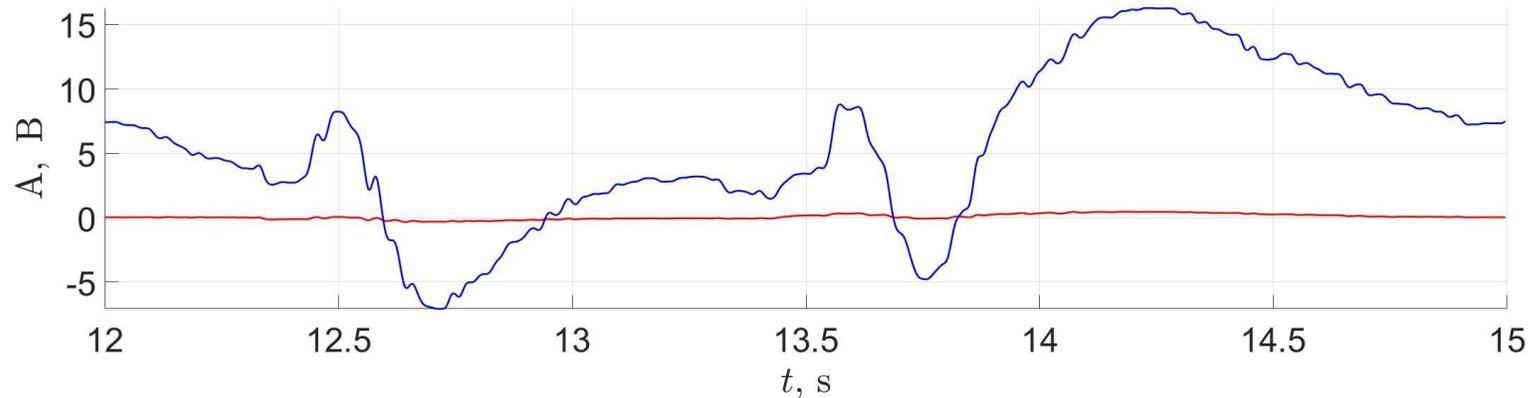
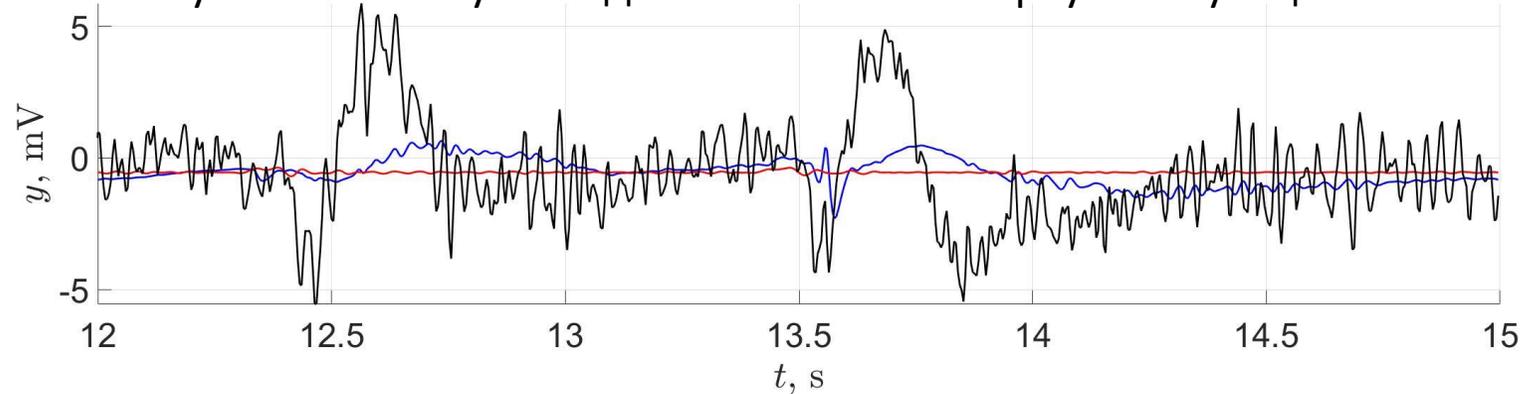
Полученные оценки: $A = 3.25, B = 22.07, A' = 4.99, B' = 28.02, K_1 = 1412, K_2 = 99$.

u – вход (гауссовский шум со средним 100 и дисперсией 30 и стимулы в моменты времени 300 мс и 1400 мс); y – выход второй популяции.

Размерность наблюдателя: 154.

Настройка параметров A, B, A', B', K_1, K_2 двух разных нейромассовых популяций по двум каналам ЭЭГ

Визуальные стимулы подаются только на первую популяцию.



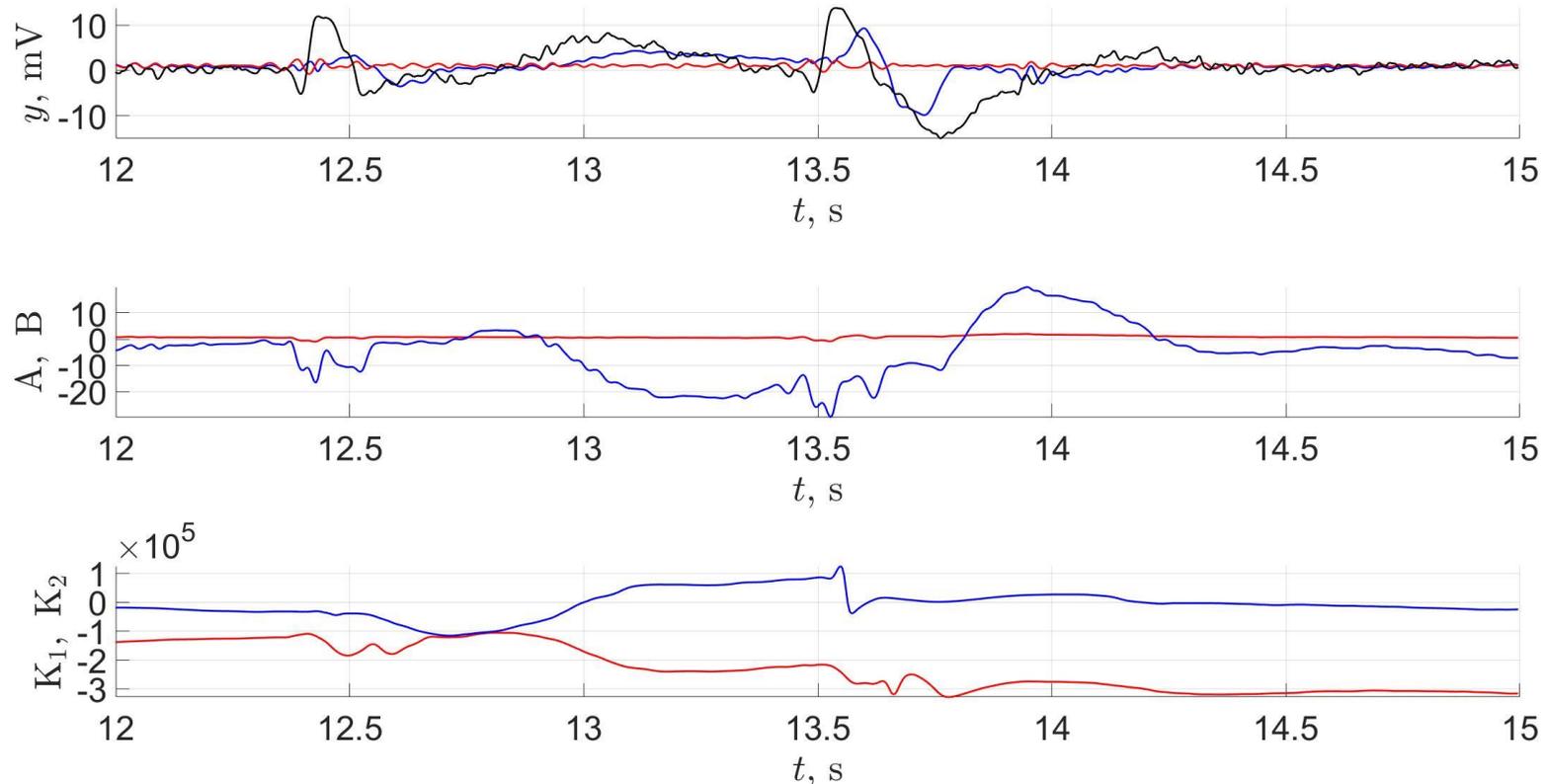
Полученные оценки: $A = 0.07, B = 5.61$.

u – вход (исходный шум с частотой больше 30 Гц со средним 100, умноженный на 200, и стимулы в моменты времени 300 мс и 1400 мс), y – выход первой популяции.

Размерность наблюдателя: 154.

Настройка параметров A, B, A', B', K_1, K_2 двух разных нейромассовых популяций по двум каналам ЭЭГ

Визуальные стимулы подаются только на первую популяцию.



Полученные оценки: $A' = 0.81, B = -4.99, K_1 = -23086, K_2 = -777$.

u – вход (исходный шум с частотой больше 30 Гц со средним 100, умноженный на 200), y – выход второй популяции.

Размерность наблюдателя: 154.

Выводы

Нейромассовая модель при стандартных значениях параметра $C = 135$ генерирует сигнал, похожий на альфа ритм (сигнал частоты 8 – 12 Гц). Однако важной составляющей вызванного потенциала является более низкочастотный сигнал, который не описывается нейромассовой моделью при постоянных параметрах. Соответственно, нужно либо рассматривать другие значения параметра C , либо исследовать нейромассовую модель с переменными коэффициентами.

Две связанные нейромассовые популяции могут быть использованы для описания передачи сигнала между областями мозга. Задержка в 70 мс, возникающая в эксперименте, возникает и при передаче сигнала между двумя популяциями.

Наблюдатель, предложенный в работе Р. Постояна, может быть использован для настройки параметров нейромассовых популяций по данным ЭЭГ человека.

Открытые вопросы

Какое значение постоянной связности C нужно выбирать для моделирования вызванных потенциалов? Нужно ли рассматривать связанные нейромассовые популяции с разными коэффициентами связности?

Какие должны быть коэффициенты среднего и амплитуды у шума, используемого в качестве входа нейромассовой модели?

Возможно ли оценивать значения постоянной связности C и коэффициентов шума с помощью наблюдателя P . Постоянна?