

Численные бесконечно большие и бесконечно малые в оптимизации

Сергеев Ярослав Дмитриевич, д.ф.-м.н., профессор

Калабрийский университет (г. Козенца, Италия)
Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского
<https://www.yaroslavsergeyev.com>

Абстракт: В докладе описывается система записи чисел, позволяющая выразить бесконечно большие и бесконечно малые величины в явной форме конечным числом символов. Описана новая вычислительная методология (см. [1, 19, 20]), позволяющая выполнять численные (а не символьные, как в нестандартном анализе) вычисления с указанными величинами. Новый подход позволяет построить компьютер (получены патенты в России и ряде других стран), выполняющий вычисления с конечными, бесконечно большими и бесконечно малыми величинами, следуя пятому принципу Евклида “часть всегда меньше целого”. Отмечается, что новый подход не противоречит (см. [15, 20, 21]) теориям Кантора и Робинсона (нестандартный анализ), а дополняет их, постоянно отслеживая различие (малоисследованное классиками) между числами и нумералами и изучая возможность практического выполнения той или иной операции. Показывается, что многие вычислительные трудности, традиционно возникающие при работе с бесконечностью (расходимости, неопределённые формы, некоторые парадоксы и т.д.) не обусловлены природой бесконечности, а являются следствием слабости традиционных систем записи чисел (см. [1, 2, 17, 20, 23]).

Приводятся многочисленные примеры использования новой вычислительной методологии, относящиеся как к основаниям математики и информатики, так и к ряду областей прикладной математики. Основное внимание в докладе уделено следующим задачам: глобальная, локальная и многокритериальная оптимизация, численное дифференцирование, решение линейных систем, задачи классификации (см. [5, 9-14, 24, 26]). Отметим, что книга [24] даёт обзор этих и ряда других применений методологии в оптимизации. Среди других интересных приложений отметим численное решение задачи Коши [3], машины Тьюринга [25], гибридные системы [8], фракталы [22], суммирование расходящихся рядов [1, 19, 20], теорию множеств [15, 20], теорию игр [7, 13], теорию вероятности [6, 16] и т.д. Основной сайт, посвящённый методологии, содержит большое количество материалов для скачивания: <https://www.theinfinitycomputer.com> В заключение отметим, что данная методология уже преподаётся в ряде стран (см., например, [2,4,18]).

Избранная литература

1. Сергеев Я. Д. [Новый взгляд на бесконечно большие и бесконечно малые величины: методологические основы и практическое использование этих чисел в вычислениях на компьютере](#). Информатика и образование. 2021;36(8):5–22.
2. Наср Л. [Разрешение студентами некоторых парадоксов бесконечности в объективе методологии грассуана](#). Информатика и образование. 2023;38(1):83–91.
3. Amodio, P., Iavernaro, F., Mazzia, F., Mukhametzhanov, M.S., Sergeyev, Y.D. (2017) [A generalized Taylor method of order three for the solution of initial value problems in standard and infinity floating-point arithmetic](#), Math. & Comput. in Simulation, 141, 24–39.
4. Antoniotti L., Caldarola F., d’Atri G., Pellegrini M. (2020) [New Approaches to Basic Calculus: An Experimentation via Numerical Computation](#), *Lecture Notes in Computer Science*, LNCS 11973, 329-342.

5. Astorino A., Fuduli A. (2020) [Spherical separation with infinitely far center](#), *Soft Computing*, 24, 17751-17759.
6. Calude C. S., Dumitrescu M. (2020) [Infinitesimal Probabilities Based on Grossone](#), *Computer Science*, 1, article 36.
7. D'Alotto L. (2020) [Infinite games on finite graphs using grossone](#), *Soft Computing*, 24, 17509-17515.
8. Falcone, A., Garro, A., Mukhametzhano, M.S., Sergeyev, Y.D. (2022) [Simulation of hybrid systems under Zeno behavior using numerical infinitesimals](#), *Commun. in Nonlin. Sci. & Numer. Simul.*, 111, 106443.
9. Gaudio M., Giallombardo G., Mukhametzhano M.S. (2018) [Numerical infinitesimals in a variable metric method for convex nonsmooth optimization](#), *Applied Mathematics and Computation*, 318, 312–320.
10. De Leone R. (2018) [Nonlinear programming and grossone: Quadratic programming and the role of constraint qualifications](#), *Applied Mathematics and Computation*, 318, 290–297.
11. Cococcioni M., Pappalardo M., Sergeyev Ya.D. (2018) [Lexicographic multiobjective linear programming using grossone methodology: Theory and algorithm](#), *Applied Mathematics and Computation*, 318, 298–311.
12. De Cosmis S., R. De Leone (2012) [The use of Grossone in Mathematical Programming and Operations Research](#), *Applied Mathematics and Computation*, 218(16), 8029-8038.
13. Fiaschi L., Cococcioni M. (2018) [Numerical asymptotic results in Game Theory using Sergeyev's Infinity Computing](#), *International Journal of Unconventional Computing*, 14(1), 1-25.
14. Lai L., Fiaschi L., Cococcioni M., Deb K. (2021) [Solving mixed Pareto-Lexicographic multi-objective optimization problems: The case of priority levels](#), *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 25 (5), 971–985.
15. Lolli G. (2015) [Metamathematical investigations on the theory of Grossone](#), *Applied Mathematics and Computation*, 255, 3-14.
16. Pepelyshev A., Zhigljavsky A. (2020) [Discrete uniform and binomial distributions with infinite support](#), *Soft Computing*, 24, 17517-17524.
17. Rizza D. (2018) [A Study of Mathematical Determination through Bertrand's Paradox](#), *Philosophia Mathematica*, 26(3), 375–395.
18. Rizza D. (2023) [Primi Passi nell'Aritmetica dell'Infinito](#), Bonomo Editore, Bologna.
19. Sergeyev Y.D. (2003, 2nd ed. 2013) [Arithmetic of Infinity](#), Orizzonti Meridionali, CS.
20. Sergeyev Y.D. (2017) [Numerical infinities and infinitesimals: Methodology, applications, and repercussions on two Hilbert problems](#), *EMS Surveys in Math. Sciences*, 4(2), 219–320.
21. Sergeyev Ya.D. (2019) [Independence of the grossone-based infinity methodology from non-standard analysis and comments upon logical fallacies in some texts asserting the opposite](#), *Foundations of Science*, 24(1), 153-170.
22. Sergeyev Ya.D. (2016) [The exact \(up to infinitesimals\) infinite perimeter of the Koch snowflake and its finite area](#), *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 31(1–3):21–29.
23. Sergeyev, Y.D. (2022) [Some paradoxes of infinity revisited](#), *Mediterranean J. of Math.*, 19(3), 143.
24. Sergeyev Y.D., De Leone R., eds. (2022) [Numerical Infinities and Infinitesimals in Optimization](#), Springer, Cham.
25. Sergeyev Y.D., Garro A. (2010) [Observability of Turing Machines: a refinement of the theory of computation](#), *Informatica*, 21(3), 425–454.
26. Sergeyev Ya.D., Kvasov D.E., Mukhametzhano M.S. (2018) [On strong homogeneity of a class of global optimization algorithms working with infinite and infinitesimal scales](#), *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 59, 319-330.