

Многоуровневое моделирование и управление динамическими системами

Олег Николаевич Граничин

СПбГУ

Семинар по ИИ профессора Малоземова В.Н.

6 марта 2025

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

- 1 Принятие решений в реальном времени
- 2 Кластерные структуры
- 3 Управление кластерными потоками
- 4 Сжатые наблюдения и восстановление
- 5 Распределенное восстановление
- 6 Моделирование

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

- Erofeeva V., Granichin O., Uzhva D. Meso-scale coalitional control in large-scale networks // Automatica, 2025
- Erofeeva V., Granichin O., Volodina E. Accelerated decentralized load balancing in multi-agent networks // IEEE Access, vol.12, pp. 161954-161967, 2024, DOI: 10.1109/ACCESS.2024.3488399
- Erofeeva V., Granichin O., Avros R., Volkovich Z. Multilevel modeling and control of dynamic systems // Scientific Reports, 2024, vol. 14, 27903, <https://doi.org/10.1038/s41598-024-79279-1>

Критические факторы:

- скорость — надо принять и реализовать решение до наступления следующего «разрушительного» события
- интеллект (природный и/или искусственный) — надо достичь цели в условиях неопределенности

Критические технологии:

- стохастическое программирование и мультиагентные технологии для поддержки (или замены) процесса принятия решения человеком

Стохастичность — греческое слово (*στοχαστική*)

- целиться, метить (целиться во что (в кого)-либо)
- стремиться к тому, чтобы судьями были самые влиятельные люди
- применяться, приспособляться
- умозаключать, судить, догадываться, разгадывать (догадываться о том, что требуется; заключать на основании чего-либо путем догадок)

Стохастическое программирование — подход в математическом программировании, позволяющий учитывать неопределённость в оптимизационных моделях

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

В основе МТ децентрализованный подход к решению задач, при котором динамически обновляющаяся информация в распределенной сети интеллектуальных агентов обрабатывается не в некотором центре, а прямо на самих агентах на основе их локальных наблюдений вместе с локально доступной информацией от соседей. При этом существенно сокращаются как ресурсные и временные затраты на коммуникации в сети, так и время на обработку и принятие решений в центре всей системы (если он все-таки есть)

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние



[pinterest.com](https://www.pinterest.com)



www.singularityweblog.com

Мультиагентные системы часто встречаются в природе, и их эффективность в решении некоторых задач побуждает человека создавать искусственные аналоги

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

Среди новых направлений в исследовании распределенных систем были намечены интересные связи между теорией распределенных систем, с одной стороны, и каноническими проблемами турбулентности и статистической механики, с другой. В одном классе проблем пространственно-временной динамический анализ проясняет старые и неприятные вопросы теории сдвига турбулентного потока. В другом классе задач структурированное проектирование с распределенным управлением демонстрирует явления зависимости от размерности и фазового перехода, аналогичные явлениям в статистической механике.

Как в действительности структурированы сложные системы управления?

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

Сложная система:

$X(t)$ — набор компонент состояния элементов системы в момент времени t ,

$W = \begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix}$ — внешние возмущения

$t \in [T_b, T_e]$

Уравнения динамики:

$$\dot{x}_i = g_i(X, W), \quad X = \{x_i\}, \quad i \in \mathbb{M} = \{1, 2, \dots, m\} \quad (1)$$

ИЛИ

$$\dot{x}_\gamma = g_\gamma(X, W), \quad X = \{x_\gamma\}, \quad \gamma \in \mathbb{M} = [0, 1], \quad (2)$$

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

Требуется подобрать такую стратегию формирования управления $\{u\}$, которая минимизирует некоторую функцию потерь

$$L(\{u\}) = \sum_{i \in \mathbb{M}} l(x_i, u) \rightarrow \min$$

ИЛИ

$$L(\{u\}) = \int_{\mathbb{M}} l(x_\gamma, u) d\gamma \rightarrow \min,$$

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

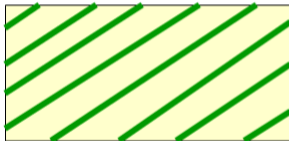
Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

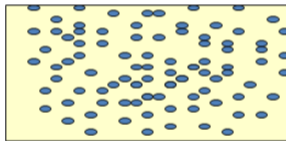
Моделирова-
ние

твердое тело



макро

жидкость, газ



микро

Принятие
решений в
реальном
времени

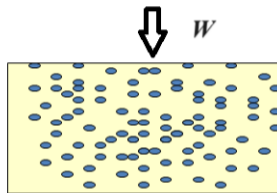
Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние



микро

Рассмотрим действие внешних сил W на открытую термодинамическую систему

Замыкание уравнений баланса для неравновесных процессов

Динамика полей плотности массы ρ , импульса \mathbf{p} , ($\mathbf{p}/\rho = \mathbf{v}$) и внутренней энергии E :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{J}^{(v)} = W, \quad \rho \frac{dE}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{J}^{(E)} + \nabla \mathbf{v} \otimes \mathbf{J}^{(v)} = \Sigma,$$

где $\mathbf{J}^{(v)}$, $\mathbf{J}^{(E)}$ — потоки импульса и энергии соответственно, W, Σ — источники импульса и энергии (определяемые управлениями u и возмущениями w), $\nabla \mathbf{v}$ — тензор скоростей деформации (тензор градиента скорости 2-го ранга).

Соотношения Д.Н.Зубарева между сопряженными термодинамическими потоками импульса $\mathbf{J}^{(v,E)}$ и градиентами макроскопических полей $\mathbf{G}^{(v,E)}$:

$$\mathbf{J}^{(v,E)}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int_V d\mathbf{r}' R^{(v,E)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') \mathbf{G}^{(v,E)}(\mathbf{r}', t')$$

Принятие
решений в
реальном
времени

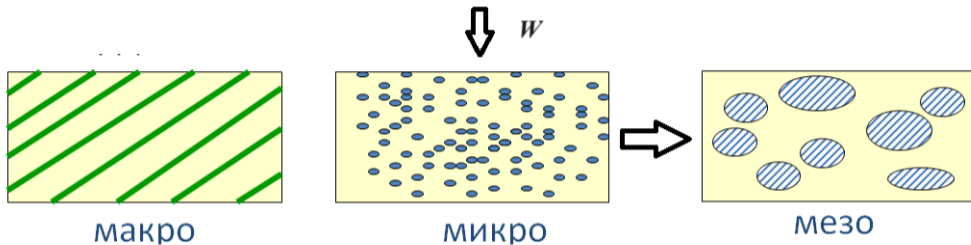
Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние



В открытых термодинамических системах синергетические процессы часто образуют новые динамические структуры на мезоуровне. Эти процессы связаны с внутренней обратной связью, которая вместе с внешним воздействием приводит к дискретизации пространства состояний и времени неравновесных систем.

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

Пусть возмущение w имеет в каждый момент «конечную структуру», и структура s_k изменяется в моменты времени T_0, T_1, T_2, \dots , вызывая кластеризацию пространства состояний:

$$\mathcal{X}_{s_k} = \{X_1, X_2, \dots, X_{m_{s_k}}\} : X = \cup_{i=1,2,\dots,m_{s_k}} X_i, X_i \subset X \quad (3)$$

Изменение структуры пространства состояний

Принятие
решений в
реальном
времени

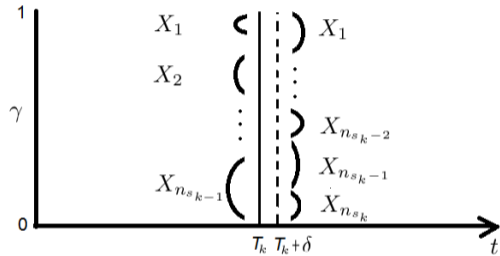
Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстано-
вление

Распреде-
ленное
восстано-
вление

Моделирова-
ние



$$\delta \ll \zeta = \min_k |T_{k+1} - T_k|$$

При $t \in [T_k + \delta, T_{k+1})$ в силу аддитивности интеграла (суммы) функцию потерь можно переписать в виде:

$$L = \int_{\mathbb{M}} l(x_\gamma, u) dx_\gamma \approx \sum_i^{m_{s_k}} \bar{l}_k(\bar{x}_k, u, \theta_{s_k}) = \bar{L}_k(\bar{X}, u, \theta_{s_k}),$$

где \bar{x}_i — агрегированное состояние $\{x_i\}$ или $\{x_\gamma\}$ из кластера X_i , $\bar{X} = \text{col}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{m_{s_k}}) \in \mathbb{R}^{m_{s_k}}$, θ_{s_k} — конечный набор «текущих» параметров.

Уравнения динамики для кластеров:

$$\dot{\bar{x}}_i = \bar{g}_i(\bar{X}, u, w, \theta_{s_k}), \quad i = 1, 2, \dots, m_{s_k}, \quad (4)$$

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

Будем считать, что управления u кусочно-постоянные, изменяющиеся в конце каждого интервала длиной h ,

$$u(t) = u_n, t \in [(n-1)h, nh)$$

После дискретизации по времени и пространству получаем модель наблюдений для функции потерь:

$$y_n = \tilde{L}_k(\bar{X}_n, u_n, \theta_{s_k}) + \xi_n, \quad (5)$$

где $t_n \in [+\delta, T_{k+1})$, $\tilde{L}_k(\cdot)$ — функции от $\bar{X}_n = \bar{X}(t_n)$, $u_n = u(t_n)$, θ_{s_k} , $\xi_n = \xi'_n + \xi_n(s_k)''$ — невязка (ошибка, помеха), ξ'_n — случайный шум, $\xi_n(s_k)''$ — систематическая ошибка.

Предположим, что при заданном векторе параметров θ_{s_k} оптимальная стратегия управления $\{u_n\} = \mathcal{U}(\theta_{s_k})$ известна. Если “включить” ее в (5), то получаем задачу минимизации функции

$$f_{s_k}(\theta) = \tilde{L}_k(\bar{X}_n, \mathcal{U}(\theta), \theta_{s_k})$$

при наблюдении ее значений на фоне помех ξ_n . При сделанных предположениях минимум функции $f_{s_k}(\theta)$ достигается при $\theta = \theta_{s_k}$. Для решения сформулированной задачи можно воспользоваться методом из IEEE TAC 2015.

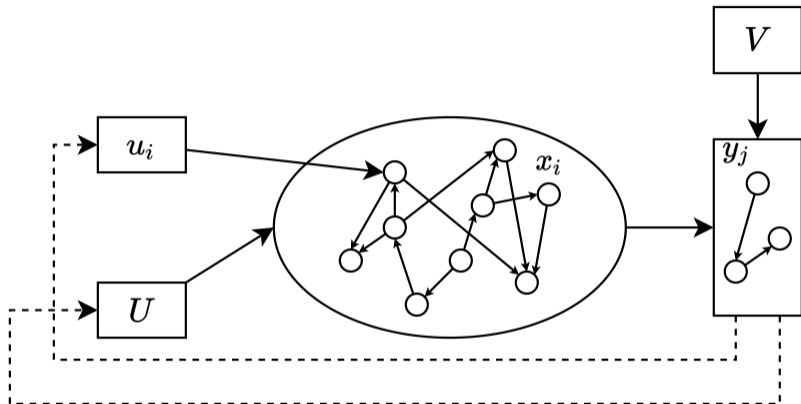
Далее в презентации будет описан и обоснован метод построения кластерного (мезо-) управления, при котором одно и то же управляющее воздействие применяется ко всем элементам кластера.

В этом случае дискретизированная функция потерь может быть представлена в виде распределенного функционала

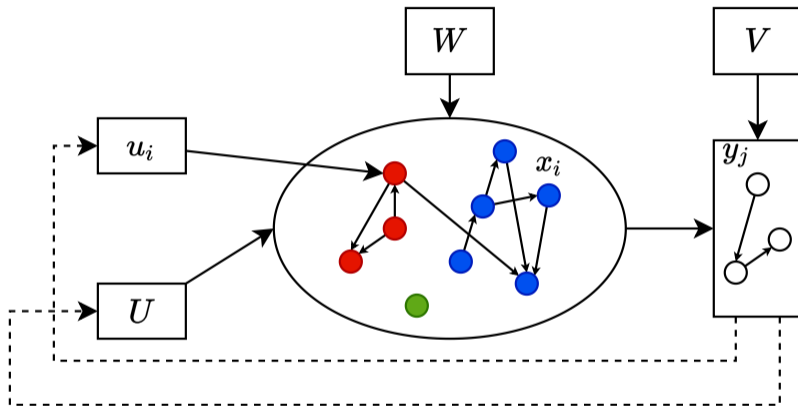
$$f_{s_k}(\theta) = \sum_{i=1}^{m_{s_k}} \tilde{l}_k(\bar{X}_n^i, \mathcal{U}^i(\theta), \theta_{s_k}).$$

Для решения этой задачи можно воспользоваться методом из IEEE TAC 2021.

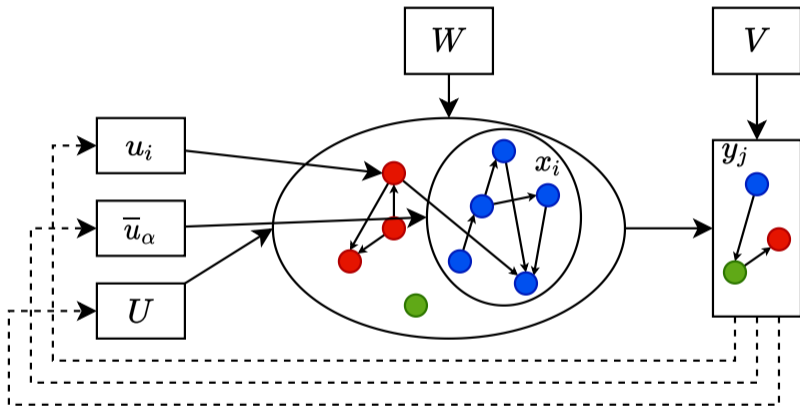
Модель управления сложной системой



Система (либо внешний «оракул») может формировать наблюдения $Y = [y_1, \dots, y_m] \in \mathbb{R}^M$ за собственным состоянием $X = [x_1, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^N$, где $N \gg m$; u_i и U — микро- и макромасштабное управления; V — помехи наблюдения



Внешние возмущения W могут повлиять на режим работы системы, что может привести к появлению мезоструктуры: *кластеризации*



Кластерами можно управлять как подсистемами, воспринимаемыми как единое целое, можно применять *мезоуровневое* управление \bar{u}_α

Принятие решений в реальном времени

Кластерные структуры

Управление кластерными потоками

Сжатые наблюдения и восстановление

Распределенное восстановление

Моделирование

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

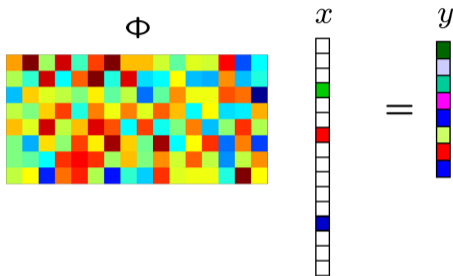
Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

- 1 Кластеризация приводит к возникновению некоторого *порядка* в системе
- 2 Порядок связан с *паттерном* распределения агентов
- 3 Паттерн имеет *разреженную (sparse)* структуру в пространстве состояний или в некотором преобразованном пространстве

- P. Chanfreut, J. M. Maestre, and E. F. Camacho, “A survey on clustering methods for distributed and networked control systems,” Annual Reviews in Control, vol. 52. Elsevier BV, pp. 75–90, 2021.
- A. E. Ezugwu, A. M. Ikotun, O. O. Oyelade, L. Abualigah, J. O. Agushaka, C. I. Eke, and A. A. Akinyelu, “A comprehensive survey of clustering algorithms: State-of-the-art machine learning applications, taxonomy, challenges, and future research prospects,” In Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 110, p. 104743, 2022.

Необходимо исследовать sparse clustering для возможностей
распределенного управления



Каждый агент $i \in \mathcal{N}$ независимо собирает свои локальные измерения общего вектора состояний $x_i \in \mathbb{R}^{Nd}$ по правилу:

$$y_i = \Phi_i x_i \in \mathbb{R}^{md},$$

где $m \ll N$. Общий вектор измерений получается усреднением:

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{N}} y_i = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{N}} \Phi_i x_i.$$

informationtransfereconomics.blogspot.com

$$\min \|x\|_{\ell_1} \quad s.t. \quad \|\Phi x - y\|_{\ell_2} < \epsilon$$

Candès, Emmanuel et al. (2006). Stable Signal Recovery from Incomplete and Inaccurate Measurements. Communications on Pure and Applied Mathematics.

Donoho, David. (2006). Compressed sensing. IEEE Transactions on Information Theory.

Восстановление кластерной структуры

Принятие решений в реальном времени

Кластерные структуры

Управление кластерными потоками

Сжатые наблюдения и восстановление

Распределенное восстановление

Моделирование

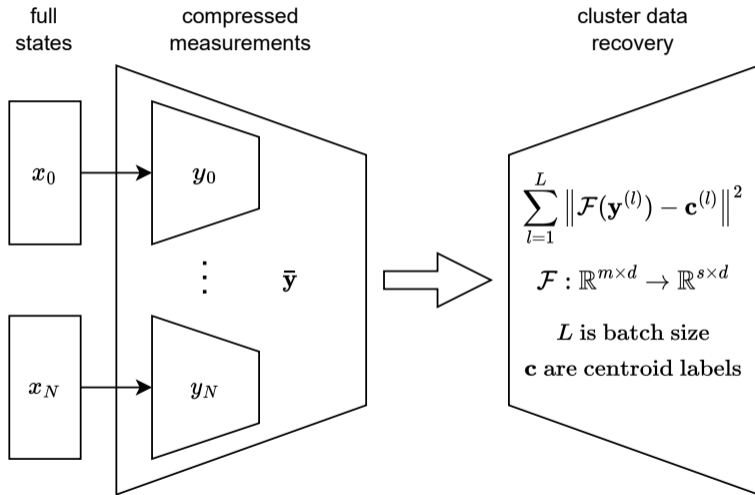


Схема сбора данных и оценки кластеров по сжатым измерениям

Принятие решений в реальном времени

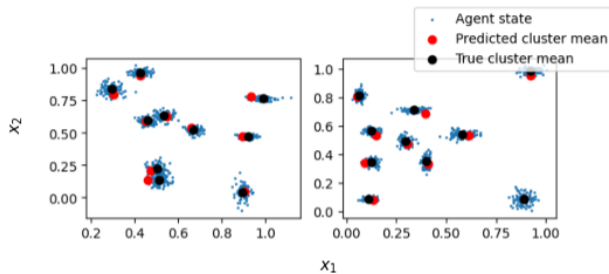
Кластерные структуры

Управление кластерными потоками

Сжатые наблюдения и восстановление

Распределенное восстановление

Моделирование



Пример оценки центров кластеров на основе сжатых измерений

m	RMSE clusters mean	RMSE clusters std
40	0.140	0.027
$80 \approx 4s \log(N/s)$	0.055	0.025
200	0.045	0.023

Усреднение по 10,000 экспериментов при $s = 10$ кластеров и $N = 1000$ агентов

Распределенное восстановление по протоколу локального ГОЛОСОВАНИЯ

Принятие решений в реальном времени

Кластерные структуры

Управление кластерными потоками

Сжатые наблюдения и восстановление

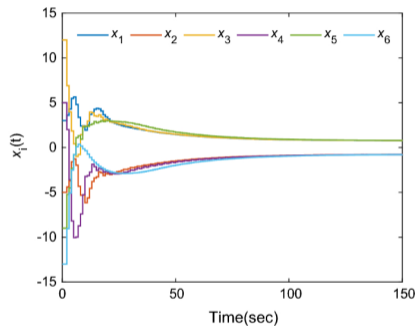
Распределенное восстановление

Моделирование

На каждом временном интервале $[t; t + 1]$ агенты выполняют T раундов коммуникации и применяют протокол локального голосования (LVP):

$$\bar{\mathbf{y}}_i^{t+1} = \bar{\mathbf{y}}_i^t + \gamma \sum_{j \in \mathcal{N}_i} b_{ij}^t (\bar{\mathbf{y}}_j^t - \bar{\mathbf{y}}_i^t), t = 1, \dots, T,$$

где $\gamma > 0$ — размер шага протокола консенсуса, \mathcal{N}_i — множество агентов, связанных с i , b_{ij}^t — элементы матрицы смежности B^t , y_i^t — выход системы, который зависит от состояний x_i^t . Коммуникационный граф *сильно связный и сбалансированный по весам*.



Sun, F. et al. (2022). Group consensus of heterogeneous multi-agent systems with packet loss and unknown speed of second-order agents in cooperative-competitive networks

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

Для сравнения выбраны три алгоритма:

- микромасштабная стратегия управления
- мезомасштабная стратегия управления (*предлагаемая*)
- стратегия макромасштабного управления

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

Динамика агентов при микро-, мезо- и макроуправлении

Принятие решений в реальном времени

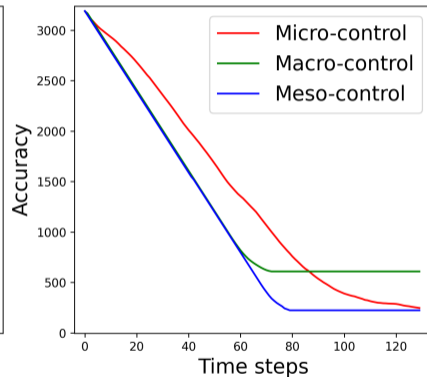
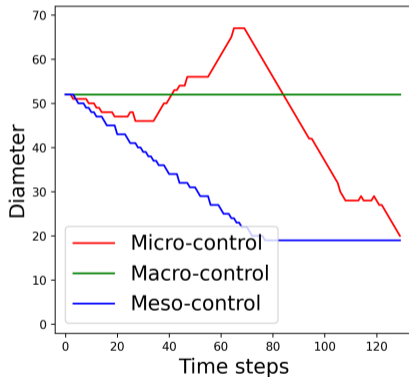
Кластерные структуры

Управление кластерными потоками

Сжатые наблюдения и восстановление

Распределенное восстановление

Моделирование



Диаметр и точность вычислений для 40 агентов (l_2 -расстояние)

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

Динамика агентов при микро-, мезо- и макроуправлении

Принятие решений в реальном времени

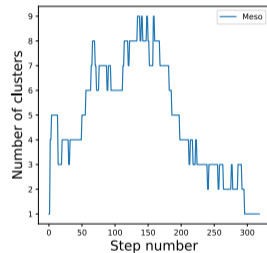
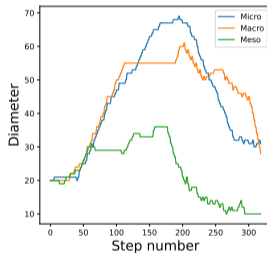
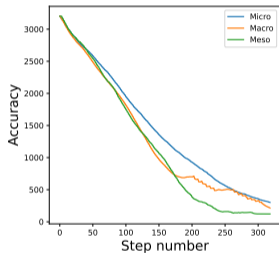
Кластерные структуры

Управление кластерными потоками

Сжатые наблюдения и восстановление

Распределенное восстановление

Моделирование



Диаметр и точность вычислений для 40 агентов (l_2 -расстояние)

Архитектура декодера и параметры настройки (обучения)

Принятие
решений в
реальном
времени

Кластерные
структуры

Управление
кластер-
ными
потоками

Сжатые
наблюдения
и восстанов-
ление

Распреде-
ленное
восстанов-
ление

Моделирова-
ние

- Число нейронов: $200 \rightarrow 500 \rightarrow 500 \rightarrow 1000 \rightarrow 100 \rightarrow 20$
- ReLU активация
- 4000 эпох
- Размер batch 256
- Adam с начальной learning rate 0.001 и 0.0001 после 1000 эпох

- Предлагаемая парадигма управления кластерными структурами на мезо-уровне позволяет эффективно синтезировать управление для сложной мультиагентной системы
- По сравнению с управлением на макроуровне, кластерная стратегия позволяет получить лучшую скорость сходимости
- По сравнению с микроуправлением, кластерная стратегия за счёт лучшего разрешения столкновений агентов друг с другом позволяет не терять время на обработку столкновений, что улучшает время сходимости

Ранее мы исследовали «самолет с перьями» в условиях турбулентности, задачи балансировки загрузки большого количества серверов, ДНК-вычисления, проблемы отслеживания многих целей распределенными сенсорами

Принятие решений в реальном времени

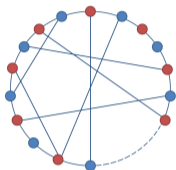
Кластерные структуры

Управление кластерными потоками

Сжатые наблюдения и восстановление

Распределенное восстановление

Моделирование



Вершина	ДНК, 5' - 3'	Путь	ДНК, 3' - 5'
1	TCAGTACCAG TACAGTCSA	1-2	ATGTCAGTGT ATCCATACGA
2	TAGGTATGCT CAGATAAAGG	2-3	GTCTATTTCG GTATCCCGTG
3	CATAGGGCAC ACATATAGTA	3-1	ATGTCAGTGT GTATCCCGTG



Пример молекулы после лигирования («слияния»)

